

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JOSEPH-MAURICE BOUROT

1^{re} THÈSE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE
DES SUSPENSIONS RÉALISÉES EN COURANT GAZEUX
APPLICATION A LA CHRONOPHOTOGRAPHIE DES CHAMPS AÉRODYNAMIQUES

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

EXPOSÉ DE QUELQUES RECHERCHES RÉCENTES
SUR L'EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES EFFECTUÉES
A LA SURFACE DES CORPS DÉFORMABLES

Soutenues le 14 mars 1949, devant la Commission d'Examen

Jury	{	MM. A. FOCH	{	Président.
		A. FORTIER		Examineurs.
		H. PONCIN		

1949

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : BOUROT.

Prénom : Maurice.

Date de la soutenance : 14 mars 1949.

Numéro d'ordre : Série A 2250, n° 3121.

BOUROT (Maurice). —

Étude théorique et expérimentale des suspensions réalisées en courant gazeux. Application à la chronophotographie des champs aérodynamiques. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1949. In-8°, 212 pages, 138 fig.

(Th. Sc. Phys. Paris 1949. Série A 2250, N° 3121)

BOUROT (Maurice). —

Étude théorique et expérimentale des suspensions réalisées en courant gazeux. Application à la chronophotographie des champs aérodynamiques. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1949. In-8°, 212 pages, 138 fig.

(Th. Sc. Phys. Paris 1949. Série A 2250, N° 3121)

BOUROT (Maurice). —

Étude théorique et expérimentale des suspensions réalisées en courant gazeux. Application à la chronophotographie des champs aérodynamiques. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1949. In-8°, 212 pages, 138 fig.

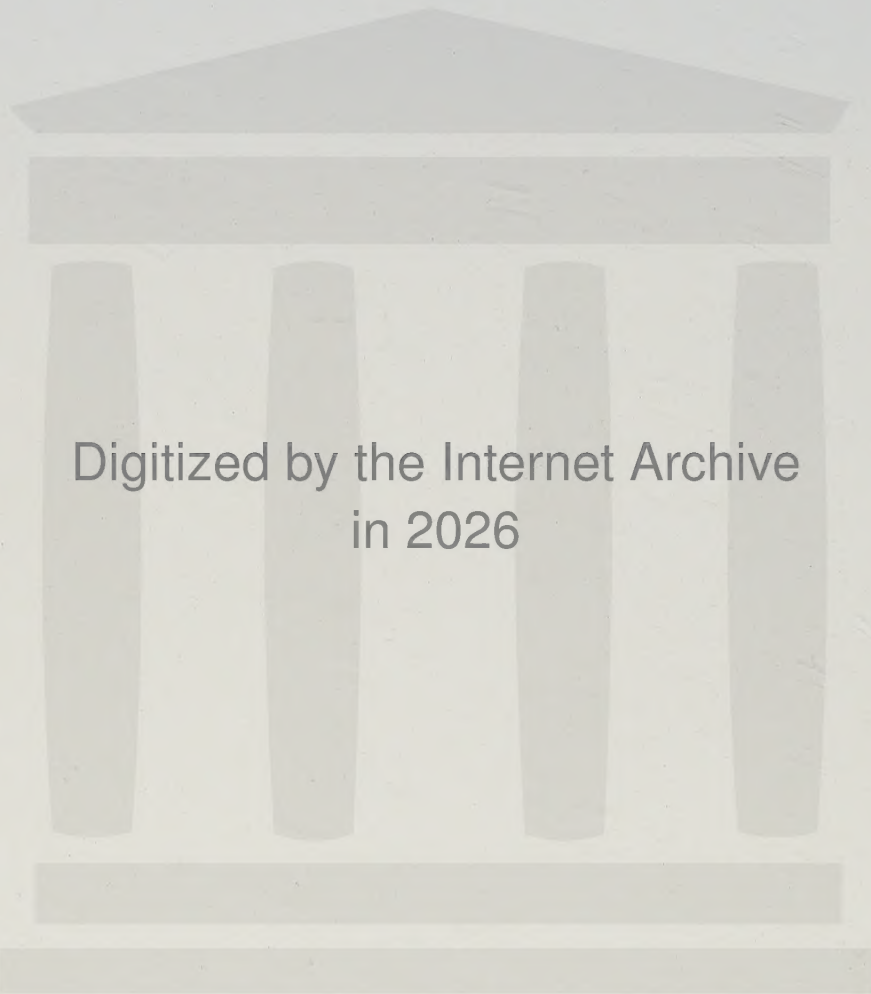
(Th. Sc. Phys. Paris 1949. Série A 2250, N° 3121)

BOUROT (Maurice). —

Étude théorique et expérimentale des suspensions réalisées en courant gazeux. Application à la chronophotographie des champs aérodynamiques. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1949. In-8°, 212 pages, 138 fig.

(Th. Sc. Phys. Paris 1949. Série A 2250, N° 3121)

CHRONOPHOTOGRAPHIE
DES CHAMPS AÉRODYNAMIQUES



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547113_0004

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JOSEPH-MAURICE BOUROT

1^{re} THÈSE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE
DES SUSPENSIONS RÉALISÉES EN COURANT GAZEUX
APPLICATION A LA CHRONOPHOTOGRAPHIE DES CHAMPS AÉRODYNAMIQUES

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

EXPOSÉ DE QUELQUES RECHERCHES RÉCENTES
SUR L'EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES EFFECTUÉES
A LA SURFACE DES CORPS DÉFORMABLES

Soutenues le 14 mars 1949, devant la Commission d'Examen

Jury	{	MM. A. FOCH	{	Président.
		A. FORTIER		Examineurs.
		H. PONCIN		



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. J. CABANNES

PROFESSEURS

L. BLARINGHEM .T	Botanique.	CHAUDRONT	Chimie appliquée.
G. JULIAT	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	WYARTT	Minéralogie.
A. DENJOYT	Théorie des fonctions et Topologie.	TEISSIERT	Zoologie.
L. LUTAUDT	Géographie physique et Géologie dynamique.	MANGENOTT	Biologie végétale.
E. DARMOIST	Enseignement de Physique.	P. AUGERT	Physique quantique et relativité.
Robert LÉVY . . .T	Physiologie comparée.	MONNIER	Physiologie générale.
Henri VILLAT . . .T	Mécanique des fluides et applications.	PIVETEAU	Géologie.
Ch. JACOBT	Géologie.	ROCARDT	Physique.
P. PASCALT	Chimie générale.	H. CARTAN	Calcul différentiel.
M. FRÉCHETT	Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.	SCHAEFFERT	Physiologie des fonctions.
M ^{me} RAMART-LUCAS .T	Chimie organique.	LAFFITTE	Chimie (P. C. B.).
FOCHT	Mécanique physique et expérimentale.	FAVARD	Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
PAUTHENIER . . .T	Électrotechnique générale.	COULOMBT	Physique du globe.
DE BROGLIET	Théories physiques.	M ^{lle} COUSIN	Biologie animale (P. C. B.).
JOBT	Chimie générale.	CHRÉTIEN	Chimie (P. C. B.).
PRENANTT	Anatomie et Histologie comparées.	DRACH	Zoologie.
COMBEST	Physiologie végétale.	KASTLER	Physique.
GARNIERT	Géométrie supérieure.	CHATELETT	Arithmétique et théorie des nombres.
PÉRÈST	Mécanique rationnelle.	EPHRUSSIT	Génétique.
HACKSPILLT	Chimie minérale.	WURMSERT	Biologie physico-chimique.
LAUGIERT	Physiologie générale.	BAUERT	Chimie-Physique.
TOUSSAINTT	Technique aéronautique.	RIVIÈRE	Géologie (P. C. B.).
M. CURIET	Physique (P. C. B.).	GAUTHERET	Biologie végétale (P. C. B.).
G. RIBAUDT	Hautes températures.	LUCAS	Physique.
CHAZYT	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	Max MORAND	Physique.
CROZET	Physique théorique et Physique céleste.	ARNULF	Optique appliquée.
DUPONTT	Théories chimiques.	A. THOMAS	Évolution des êtres organisés.
VALIRONT	Calcul différentiel et Calcul intégral.	SOLEILLET	Physique.
BARRABÉT	Géologie structurale et Géologie appliquée.	FORTIER	Mécanique expérimentale des fluides.
VAYONT	Analyse et mesures chimiques.	DANJONT	Astronomie.
G. DARMOIST	Mathématiques générales.	FROMAGEOT	Chimie biologique.
Jacques BOURCART	Géographie physique et Géologie dynamique.	LAPORTE	Physique générale et Radio-activité.
AUBELT	Chimie biologique.	JANET	Mathématiques générales.
M ^{me} JOLIO-CURIE . .T	Physique générale et Radio-activité.	PETITT	Biologie maritime.
PLANTEFOLT	Botanique.	QUENEYT	Météorologie et dynamique atmosphérique.
CABANNEST	Recherches physiques.	GALLIEN	Biologie animale (P. C. B.).
GRASSÉT	Évolution des êtres organisés.	EICHORN	Biologie végétale (P. C. B.).
PRÉVOST	Chimie organique.	DE CUGNAC	Biologie végétale (P. C. B.).
BOULIGANDT	Application de l'analyse à la Géométrie.	LAVAL	Physique (P. C. B.).
		M ^{lle} CAUCHOIS	Chimie-Physique.
		THELLIER	Physique du globe.
		AUDUBERT	Electrochimie.
		L'HÉRITIER	Génétique.
		PONCIN	Mécanique des fluides.
		THIRYT	Mécanique appliquée.

Secrétaire Ch. MONIER

A mes Maîtres,

M. Henri PONCIN,
Professeur à la Sorbonne

M. Charles CHARTIER,
Professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers

En hommage de profonde reconnaissance

A mes Parents,

A ma Fiancée

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
INTRODUCTION	1

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES SUSPENSIONS RÉALISÉES EN COURANT GAZEUX

CHAPITRE PREMIER

Technique de fabrication et propriétés caractéristiques des particules utilisées en visualisation	7
<i>La fabrication des poudres d'aluminium</i>	7
1. — Indications générales	7
2. — Martelage	8
3. — Polissage	8
<i>Caractéristiques et mesures</i>	8
1. — Finesse	8
2. — Autres propriétés	11
<i>Distribution des poudres</i>	12
1. — Principe	12
2. — Sondes émettrices	12
3. — Vitesse et débit	15
<i>Amélioration du degré de finesse</i>	18
1. — Théorie de la sélection	18
2. — Le sélecteur	19
3. — Résultats	21

CHAPITRE II

Étude de l'évolution d'une suspension réalisée en courant permanent. Fidélité d'une visualisation chronophotographique	22
<i>Équation du mouvement d'une particule</i>	22
1. — Équation générale	22
2. — Formes approchées	24
3. — Premières conséquences	26

	PAGES
<i>Étude du coefficient d'entraînement</i>	27
1. — Particule circulaire infiniment mince	28
2. — Particule elliptique infiniment mince	31
3. — Influence de l'épaisseur	34
4. — Ellipsoïdes, aiguilles	35
5. — Valeurs numériques du coefficient d'entraînement	35
<i>Fidélité d'une visualisation</i>	41
1. — Application des formules fondamentales	42
2. — Discussion	43
3. — Exemples	45
<i>Quelques conséquences des études précédentes</i>	46
1. — Domaine de validité de la loi : $R = Ku$	46
2. — Chemin parcouru par une lamelle qui passe d'une vitesse V_1 à une vitesse V_2	47
3. — Lamelle circulaire et corpuscule sphérique	49
4. — Similitude des écoulements à suspension	50
<i>Visualisation de l'écoulement de Laplace</i>	52
1. — Généralités	52
2. — Calcul des paramètres de fidélité	54
3. — Discussion et représentation graphique	55
4. — Application numérique	60
5. — Vérification expérimentale	62

CHAPITRE III

Orientation des particules	73
<i>Formules fondamentales</i>	73
1. — Hypothèses de départ	73
2. — Résultats	74
<i>Influence de l'orientation sur l'éclairement</i>	77
1. — Détermination des positions favorables	77
2. — Définition des taux	79
<i>Calcul des taux</i>	80
1. — Taux élémentaires	80
2. — Taux moyen	81
<i>Application à l'écoulement de Laplace</i>	81
1. — Évaluations préliminaires	82
2. — Taux élémentaires	83
3. — Taux moyen	85
4. — Vérification expérimentale	87

CHAPITRE IV

Sur la rotation des particules	89
<i>Amortissement de la rotation d'une lamelle mince</i>	89
1. — Lamelle circulaire. Formule de M. MOREAU	89
2. — Applications numériques	91

	PAGES
<i>Particule en suspension</i>	92
1. — Étude théorique	92
2. — Applications numériques	94
<i>Étude expérimentale de l'amortissement</i>	96
1. — Examen de photographies	96
2. — Méthode d'étude de la courbe	97
3. — Calcul numérique des paramètres	100
4. — Calcul du facteur d'amortissement	101
<i>Applications</i>	103
1. — Ponctuels	103
2. — Effilochures	103

CHAPITRE V

Problèmes optiques. Conditions d'obtention d'une bonne photographie	106
<i>Projecteur chronophotographique</i>	106
1. — Lampe à arc	107
2. — Optique	108
3. — Dispositif d'interruption de la lumière	109
4. — Alimentation du projecteur	112
<i>Les interruptions chronophotographiques</i>	112
1. — Mécanisme des interruptions	112
2. — Mesure de la fréquence des coupures	115
3. — Influence de l'épaisseur du plan lumineux sur la précision	116
<i>Sur quelques apparences présentées par les clichés</i>	117
1. — Aspects particuliers aux visualisations en soufflerie	117
2. — Aspects communs aux champs aéro et hydro-dynamiques	119
<i>Conditions d'impression de la plaque</i>	119
1. — Observations	119
2. — Étude du cas où l'image de la particule est inférieure à la tache d'irradiation	124
3. — Cas où l'image est supérieure à la tache	127
4. — Particules en nuage	129
5. — Temps de balayage. Temps de pose	129
<i>Matériel et procédés photographiques</i>	130
1. — L'appareil photographique	130
2. — Émulsions	131
3. — Papiers	131
<i>Limites de visualisation avec notre matériel</i>	132

CHAPITRE VI

Sur les possibilités d'application de la méthode aux très grandes vitesses	134
1. — Position du problème	134
2. — Limite de fidélité	135
3. — Limite d'impression de la plaque	135
4. — Limite d'interruptions lumineuses	137
5. — Interruptions par oscillations de l'arc	138
6. — Miroir tournant	145

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATION A LA VISUALISATION DES CHAMPS AÉRODYNAMIQUES

CHAPITRE VII

	PAGES
Quelques expériences de visualisation d'écoulements aérodynamiques	151
<i>Matériel et précision</i>	151
1. — Soufflerie	151
2. — Détails d'expérimentation	154
3. — Précision des résultats	155
<i>Étude des actions du vent sur les édifices</i>	156
1. — Dispositifs expérimentaux	156
2. — Étude cinématique de l'écoulement	163
3. — Actions du vent sur la toiture	166
<i>Exploration qualitative d'une veine de soufflerie</i>	168
1. — Difficultés expérimentales	168
2. — Région axiale	168
3. — Région périphérique	172
4. — Visualisations diverses	172
<i>Étude d'un mouvement relatif</i>	173
1. — Montage de l'expérience	173
2. — Différents régimes de fonctionnement	175
3. — Résultats	177
<i>Visualisations diverses</i>	180
1. — Sillages	180
2. — Couches limites	180

CHAPITRE VIII

Étude du tourbillon marginal d'une aile sustentatrice	181
<i>Structure générale</i>	181
1. — Permanence du mouvement	181
2. — Trajectoires fluides	181
3. — Répartition des vitesses tangentielles	182
4. — Dissymétrie	182
<i>Technique de la visualisation</i>	183
1. — Principe	183
2. — Cotes du montage	183
3. — Précautions et réglages	184
4. — Conditions d'expérimentation	185
<i>Répartition des vitesses</i>	185
1. — Aspect général	185
2. — Répartition des vitesses	186

	PAGES
<i>Erreurs de parallaxe et choix des particules</i>	188
1. — Erreurs de parallaxe	188
2. — Choix des particules	190
<i>Inclinaison des trajectoires</i>	192
1. — Calcul de l'inclinaison	192
2. — Mesure directe	193
3. — Mesure de la vitesse axiale	195
<i>Calcul du vecteur tourbillon</i>	196
1. — Expression générale	196
2. — Application	196
<i>Répartition des pressions</i>	197
1. — Expression générale	197
2. — Application	198
<i>Un phénomène d'orientation</i>	200
1. — Expérience en tunnel hydrodynamique	200
2. — Expérience en soufflerie	200
3. — Interprétation	204
4. — Région nucléaire	206
CONCLUSION	207
BIBLIOGRAPHIE	208

TABLE DES VISUALISATIONS

	PAGES
Écoulements autour d'une aile sustentatrice : stries (<i>fig. 12</i>)	16
Émission d'une sonde à trous : stries (<i>fig. 13</i>)	17
Chute en masse (<i>fig. 18</i>)	37
Entraînement de particules émises à faible vitesse (<i>fig. 20</i>)	48
Écoulements autour d'un cylindre de révolution (<i>fig. 25 à 38</i>)	64
Écoulement autour d'un cylindre : zones d'inégale luminosité (<i>fig. 47</i>)	88
Écoulement autour d'un Pitot : zones d'inégale luminosité (<i>fig. 48</i>)	88
Écoulement autour d'un cylindre : chocs et rotations (<i>fig. 49</i>)	96
Rotations et effilochures dans une veine de soufflerie (<i>fig. 51</i>)	104
Effet d'une rafale de vent sur une veine Eiffel (<i>fig. 52</i>)	104
Tourbillon marginal d'une aile : effilochures (<i>fig. 53</i>)	104
Écoulements à grande vitesse autour d'un Pitot (<i>fig. 66 et 67</i>)	132
Oscillations spontanées de l'arc électrique (<i>fig. 69</i>)	139
Divers modes d'oscillation (<i>fig. 71 à 74</i>)	141
Écoulements autour d'une maquette de toiture (<i>fig. 83 à 92</i>)	158
Visualisation de la région axiale d'une veine de soufflerie (<i>fig. 97</i>)	169
Visualisation de la région périphérique d'une veine (<i>fig. 98</i>)	170
Visualisation d'une veine sur une assez grande hauteur (<i>fig. 99</i>)	171
Écoulement au voisinage de la collerette d'un diffuseur (<i>fig. 100</i>)	171
Effet d'une rafale de vent (<i>fig. 101</i>)	171
Écoulements dans des canaux interaubes en rotation (<i>fig. 104 et 105</i>)	176
Sillages d'ailes sustentatrices (<i>fig. 106 et 107</i>)	178
Écoulement le long d'une plaque plane (<i>fig. 108</i>)	180
Le tourbillon marginal éclairé normalement à son axe (<i>fig. 111</i>)	186
Apparences d'orientation présentées par le tourbillon (<i>fig. 130, 131, 133, 134, 136, 137</i>)	202
Visualisation du noyau tourbillonnaire (<i>fig. 138</i>)	206

INTRODUCTION

La méthode de visualisation chronophotographique d'un écoulement fluide consiste à photographier de fines particules solides, mises en suspension dans cet écoulement et éclairées par une lumière périodiquement interrompue.

Si le temps de pose est suffisant, le cliché présente des suites de tirets, qui dessinent les images des trajectoires suivies par les particules; en outre, en mesurant l'espace parcouru entre deux interruptions lumineuses, on peut calculer une valeur moyenne de la vitesse de la particule correspondante : plus on augmente la fréquence des interruptions, plus on se rapproche de la valeur vraie de la vitesse à un instant donné.

Admettons qu'une particule en suspension se comporte exactement comme ferait, en son absence, l'élément fluide dont elle occupe la place. Cette hypothèse, valable seulement en première approximation et dans un domaine qu'il conviendra de bien préciser, entraîne une importante conséquence : les trajectoires et vitesses particulières, que nous savons déterminer, révèlent les caractères cinématiques de l'écoulement fluide.

En 1893, MAREY réalisa la première application systématique de ce principe [4] (1). Les corpuscules étaient de petites boules, de masse spécifique 1, mises en suspension dans un écoulement d'eau.

Par la suite, de nombreux chercheurs ont exploité cette technique, en utilisant des particules de nature et de forme diverses. Nous citerons seulement quelques stades de cette expérimentation :

— l'emploi des particules lamellaires (aluminium, graphite) a été fait, dès 1899, par BÉNARD, pour visualiser les tourbillons dus à la convection de la chaleur [43];

— vers 1925, M. CAMICHEL et ses collaborateurs prirent une large part au développement de la chronophotographie, dans ses applications à l'hydrodynamique.

— dix ans plus tard, sous l'impulsion de M. FOCH, de nouvelles recherches furent entreprises, en vue d'adapter la méthode à l'échelle de la technique moderne. La publication de M. CHARTIER [2] apporte, à la question, une contribution fondamentale : l'auteur décrit plusieurs perfectionnements matériels, qui permettent l'exploration des écoulements aux grands nombres de Reynolds; il aborde l'étude des champs à trois dimensions, par la photographie stéréoscopique [2 et 17]. Peu après, MM. FOCH et CHARTIER mettaient en évidence les rotations particulières, d'où ils tiraient un procédé de mesure des intensités tourbillonnaires [3], tandis que M. LABAT appliquait la méthode à la résolution de certains problèmes de sustentation.

(1) Les nombres entre crochets sont des reports bibliographiques. On trouvera page 208 la désignation des ouvrages correspondants.

Dans cet ouvrage, j'étudie les possibilités d'application de la chronophotographie à la visualisation des champs aérodynamiques.

Le premier chapitre expose les données essentielles, sur la fabrication et les caractéristiques des poudres d'aluminium. En effet, bien que les calculs développés dans la suite demeurent valables, quels que soient les corpuscules mis en suspension, j'ai cru devoir insister, dès le début, sur les propriétés des lamelles d'aluminium, qui offrent les plus grands avantages à l'expérimentateur. A la fin du chapitre, j'examine les moyens d'obtenir des particules extrêmement fines, et je décris les appareils qui m'ont permis de sélectionner des lamelles dont le volume ne dépassait pas quelques microns-cube.

L'étude de l'entraînement des particules par le courant gazeux fait l'objet du chapitre suivant. A chaque particule, on peut lier un coefficient K , qui suffit pratiquement à caractériser son comportement dans tous les problèmes d'entraînement; après avoir discuté l'influence, sur les forces subies par la lamelle, de l'orientation de son plan par rapport à la direction de son déplacement relatif, et montré qu'elle reste faible, j'ai calculé les valeurs numériques du coefficient K , pour une particule circulaire ou elliptique, infiniment mince ou de faible épaisseur, et pour des corpuscules en forme d'ellipsoïdes ou d'aiguilles. Il devient alors possible de définir et de caractériser numériquement la *fidélité* d'une visualisation, de choisir les particules qui conviennent à l'exploration d'un écoulement donné, et de juger de la fidélité d'un cliché chronophotographique, sans avoir besoin d'aucune connaissance *a priori* sur le champ qu'il visualise.

La suite du chapitre prépare les applications expérimentales : j'y expose les moyens d'obtenir des particules de coefficient d'entraînement supérieur à une valeur choisie à l'avance, et je donne une méthode de mesure de ce coefficient; j'établis et discute les équations qui relient les paramètres de fidélité au coefficient d'entraînement, et je les applique à plusieurs exemples, parmi lesquels :

- la comparaison des avantages respectifs des corpuscules sphériques et des lamelles circulaires, qui établit la supériorité des lamelles;
- les effets de fortes accélérations sur la trajectoire et la vitesse d'une particule;
- les domaines de validité de quelques hypothèses simplificatrices.

Enfin, j'entreprends l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement de Laplace: après avoir calculé les paramètres de fidélité, et déterminé les particules qui conviennent à la visualisation de cet écoulement, à différentes vitesses et pour différents diamètres du cylindre, je vérifie ces résultats par une série de photographies, correspondant à cinq sortes de poudres d'aluminium, et à des vitesses de 1,6 à 30 mètres/seconde. De cette vérification et de l'ensemble du chapitre, il résulte que la méthode de visualisation des écoulements d'air par lamelles d'aluminium est susceptible d'un large domaine d'application.

Le chapitre III étudie les phénomènes d'orientation : les particules d'aluminium étant lamellaires, leur orientation conditionne la quantité de lumière renvoyée sur l'objectif et, par suite, les possibilités photographiques. J'établis que l'orientation d'une lamelle, dans un écoulement déterminé, dépend à la fois du point où elle se trouve, et de l'orientation qu'elle présentait en un point de sa trajectoire, arbitrairement pris pour

origine; cette *orientation initiale* est *a priori* inconnue; mais des procédés de calcul statistique, dont j'expose les grandes lignes, lèvent la difficulté et confirment, en particulier, l'existence de régions difficiles à visualiser, régions que l'expérience avait déjà mises en évidence. Je vérifie expérimentalement ces théories, dans le cas de l'écoulement de Laplace.

Le chapitre IV est consacré aux rotations des particules, révélées par certains clichés. Il s'agit de savoir si elles traduisent fidèlement les rotations des éléments fluides : le calcul montre qu'il en est bien ainsi, dès que la lamelle est suffisamment fine. Le phénomène se prête également à l'étude expérimentale : l'examen de la trajectoire d'une particule en rotation m'a permis de déterminer ses coefficients d'entraînement et d'amortissement. Les rotations des particules constituent un moyen d'investigation extrêmement sensible, qui permet de déceler de très petites particularités de structure des écoulements, ce qui laisse espérer que l'on pourra atteindre, dans certaines conditions, des facteurs de la turbulence.

Le comportement des lamelles en suspension étant élucidé, il restait à étudier les conditions d'obtention de bonnes photographies : le chapitre V traite la question. Les procédés d'éclairement, les moyens d'interrompre périodiquement la lumière, les difficultés propres aux visualisations en souffleries, le matériel photographique optimum, y sont examinés successivement, ainsi que les conditions d'impression de la plaque sensible : l'image d'une source ponctuelle étant une tache d'un certain diamètre, il faut distinguer deux techniques de prises de vues, selon que l'image géométrique de la particule est inférieure ou supérieure à cette tache.

Le chapitre VI, qui termine cette première partie, envisage plusieurs possibilités d'extension du domaine d'utilisation de la méthode, par l'étude successive des différents points qui en limitent l'application.

La seconde partie de l'ouvrage renferme l'exposé de quelques applications, parmi lesquelles :

- la visualisation du champ aérodynamique autour de maquettes de toitures;
- l'étude d'un mouvement rapporté à un système d'axes mobiles;
- l'étude du tourbillon marginal d'une aile sustentatrice.

Ces recherches constituent à la fois une application et une vérification des principes développés dans la première partie. En particulier, l'exploration du tourbillon marginal fut effectuée par des photographies prises dans l'axe même du tourbillon, le plan d'éclairement étant normal à cet axe. Elle permit d'obtenir, en fonction des distances radiales, la variation des vitesses, des pressions, de l'inclinaison des hélices-trajectoires et du vecteur tourbillon; elle mit en évidence un phénomène systématique d'orientation particulière.

Au terme de ce travail, je ne saurais oublier ce que je dois aux Services des Recherches de l'Aéronautique et spécialement à M. l'Ingénieur en Chef Pierre VERNOTTE, qui m'ont accordé le matériel nécessaire à ces expériences, ainsi que l'impression de ce mémoire; qu'il me soit permis de les remercier très sincèrement.

J'ai exécuté ces recherches au titre d'Attaché du C.N.R.S. : M. FORTIER, Professeur à la Sorbonne, a bien voulu les suivre et en accepter le parrainage auprès du Centre National; M. FOCH, Professeur à la Sorbonne, a bien voulu s'intéresser à mes travaux et me faire bénéficier de ses conseils; je prie M. FOCH et M. FORTIER de croire à ma respectueuse gratitude.

M. Henri VILLAT, Président de l'Académie des Sciences et Directeur de l'Institut de Mécanique de l'Université de Paris, a porté un bienveillant intérêt à mes résultats et présenté en mon nom plusieurs notes à l'Académie des Sciences; je désire lui exprimer ici ma très profonde reconnaissance.

Je ne saurais dire en quelques lignes la gratitude que je ressens à l'égard de mes Maîtres de la Faculté des Sciences de Poitiers, MM. PONCIN et CHARTIER : M. PONCIN, Professeur à la Sorbonne, Directeur de l'École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, a constamment dirigé mes recherches et ses avis m'ont éclairé maintes fois; M. CHARTIER, Professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Fluides, m'a sans cesse encouragé de ses conseils, au cours de ce travail dont l'idée première lui revient.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE
DES SUSPENSIONS
RÉALISÉES EN COURANT GAZEUX

CHAPITRE PREMIER

TECHNIQUE DE FABRICATION ET PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DES PARTICULES UTILISÉES EN VISUALISATION

La plupart des caractéristiques physiques des particules que l'on met en suspension pour visualiser un écoulement interviennent au plus haut point dans la qualité de cette visualisation : il est donc indispensable de les connaître aussi bien que possible; c'est pourquoi nous avons rassemblé dans ce chapitre, avec un résumé des techniques de fabrication et de traitement des particules d'aluminium, divers renseignements sur leur forme, leurs dimensions et leur pouvoir réfléchissant; nous y joignons quelques indications sur la composition des produits commerciaux, ainsi qu'une étude sur le mode d'émission des poudres en soufflerie aérodynamique.

LA FABRICATION DES POUDRES D'ALUMINIUM

1. — Indications générales.

Les poudres d'aluminium sont présentées sous forme de *grains* quasi-sphériques, ou bien de *paillettes* quasi-planes. Les grains sont impropres à la visualisation en soufflerie et nous n'étudierons pas leurs caractéristiques; au contraire, les paillettes s'y prêtent remarquablement. Elles sont fabriquées pour l'industrie des peintures, mais, par une heureuse coïncidence, les qualités recherchées dans ce but sont précisément celles qui conviennent à une bonne visualisation : *forme quasi-plane, finesse, blancheur, brillant*.

Il existe peu de publications sur la fabrication des poudres d'aluminium, chaque industriel gardant le secret de ses procédés particuliers [6] (1). Voici du moins la marche générale de l'opération (2).

On travaille toujours le métal par *martelage*, en présence d'un *lubrifiant*, et non par broyage ou usure. Le martelage, en effet, est indispensable pour obtenir une forme aplatie, alors qu'un broyage ou un frottement donneraient des particules plus ou moins sphériques, impropres à la plupart des applications envisagées. On continue par un *polissage* prolongé; puis l'on classe les lamelles d'après leur degré de *finesse*.

(1) Il nous est agréable de remercier ici la Société « L'Aluminium Français », qui a bien voulu nous communiquer, avec une extrême obligeance, tous les renseignements que nous lui avons demandés.

(2) Une partie de ces indications techniques est empruntée à l'ouvrage de M. EYGLUNET [6].

2. — Martelage.

a) Matière première.

L'aluminium employé doit être très pur, faute de quoi sa malléabilité serait moindre, et l'on ne pourrait pousser assez loin le martelage, le produit se cassant avant d'avoir atteint l'épaisseur minimum. Le métal peut être amené aux machines à marteler sous différentes formes : *déchets de « Papier »*, déjà très minces; *copeaux de fraisage*; *grenailles*, obtenues à partir du métal liquide, soit par vaporisation en atmosphère neutre, soit par tamisage au-dessus de l'eau. Le choix de la matière première conditionne le rendement de l'installation et la qualité du produit final. Il semble qu'on préfère, de plus en plus, partir des déchets de papier d'aluminium.

b) Martelage.

On commence par frapper la matière première avec des marteaux assez lourds. Lorsque l'amincissement est suffisant, on pousse les paillettes sous des pilons moins volumineux, et, de proche en proche, jusqu'à des marteaux légers, qui permettent l'obtention des poudres les plus fines. Le martelage se fait parfois dans des *moulins à billes*.

On opère en présence d'un lubrifiant, stéarine ou huile, qui évite l'agglomération des paillettes et amorce le pouvoir feuilletant. Il faut cinq à dix heures de martelage pour donner à la poudre sa finesse définitive.

3. — Polissage.

La poudre est alors *tamisée* pour éliminer les lamelles trop grosses, qui retournent au martelage. On la passe ensuite dans des *machines à brosses* : c'est le *polissage*, qui déplisse les paillettes, tout en étalant le lubrifiant à leur surface; l'élévation de température due au frottement des brosses facilite cet étalement.

Le polissage casse un assez grand nombre de paillettes : il augmente donc la teneur en fines d'une poudre, mais sans agir sur l'épaisseur. L'expérience montre qu'il améliore considérablement le *pouvoir réfléchissant*.

CARACTÉRISTIQUES ET MESURES

1. — Finesse.

a) Sélection par tamisage.

Une première méthode de sélection consiste dans un triage par *tamis vibrants*. On désigne les poudres du commerce par le *numéro* du tamis le plus fin qu'elles ont traversé. Ce numéro correspond au nombre de mailles par pouce français (2,77 cm). On sait fabriquer des poudres extrêmement fines, qui passent en totalité au tamis 325 : leurs dimensions maxima sont de l'ordre de *quelques microns*, compte tenu de l'épaisseur des fils qui forment le tamis.

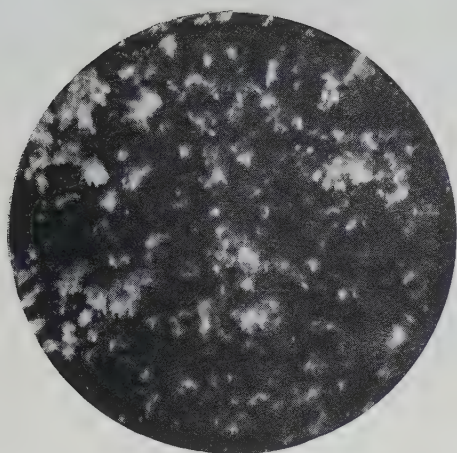


Fig. 1
Poudre « Lo bis » de « L'Aluminium Français »
G = 250

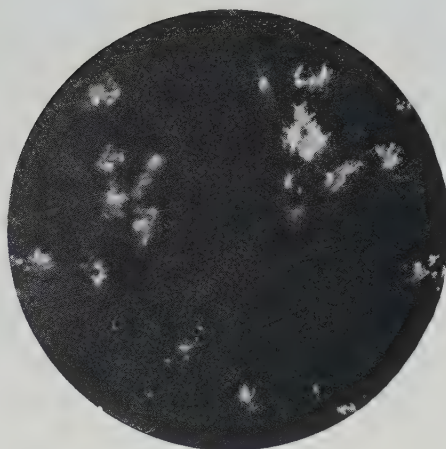


Fig. 2
Poudre n° 3 des « Tréfileries du Havre »
G = 250



Fig. 3
Poudre « B.P. 140 » de « L'Aluminium Français »
G = 250

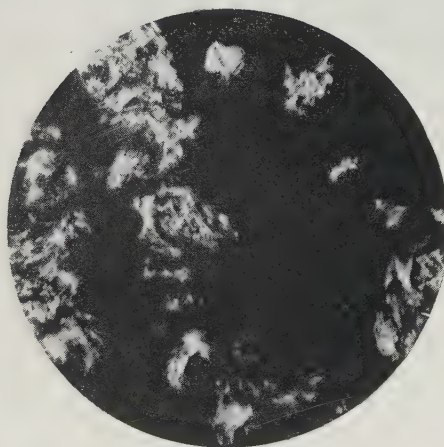


Fig. 4
« Paillettes fines » des « Tréfileries du Havre »
G = 250

b) *Mesure par tamisage.*

Dans l'industrie, on mesure la finesse des poudres brutes en utilisant un tamis de numéro déterminé; on traite une certaine masse de produit, et l'on détermine les quantités passées, en fonction du temps d'opération. Ce procédé comporte de nombreuses causes d'imprécision, résultant surtout de l'agglomération des particules.

c) *Mesure directe des dimensions.*

On examine les paillettes au microscope. Les photographies 1 à 4 furent obtenues au microscope métallographique, à partir de différents produits commerciaux. On remarquera l'irrégularité des contours, causée par le martelage.

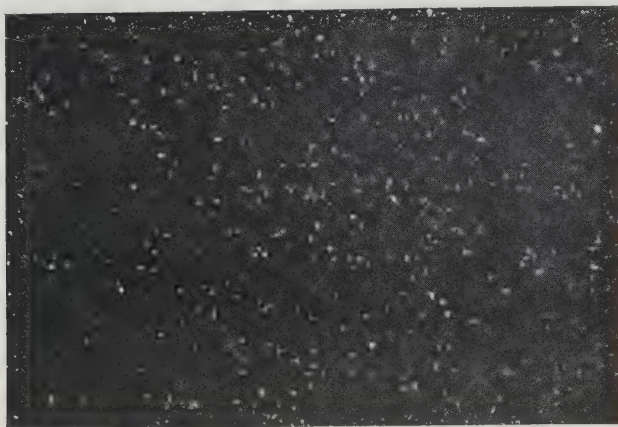


Fig. 5. — « Paillettes fines » des « Tréfileries du Havre », observées à l'agrandisseur. $G = 4$

Quand il s'agit de poudres relativement grosses, il est plus simple d'en saupoudrer une plaque de verre, et d'examiner directement à l'agrandisseur photographique : le cliché 5 fut pris dans ces conditions.

d) *Mesure de l'épaisseur moyenne.*

En versant des lamelles sur une nappe d'eau, on constate qu'elles ne s'enfoncent pas. La stéarine qui les enrobe empêche le liquide de « mouiller » le métal et, par un phénomène de tension superficielle, elles sont maintenues à la surface, où elles s'étalent.

Le dispositif de mesure d'épaisseur est réalisé par une cuve rectangulaire, complètement remplie d'eau. On a paraffiné les bords pour obtenir un ménisque légèrement convexe. On verse sur l'eau une masse connue de poudre; en faisant glisser une réglette sur les bords du récipient, les paillettes s'étalent : avec quelques précautions, on obtient un film composé d'une seule épaisseur d'aluminium. Il suffit d'en mesurer la surface : on y parvient, par exemple, en prenant une photographie.

Un gramme d'une poudre de qualité courante couvre plus de 4000 cm², ce qui correspond à une épaisseur moyenne voisine du micron.

e) *Dimensions usuelles.*

Jusqu'en 1940, la Société « L'Aluminium Français » fabriquait la poudre « B.P. 250 », passant entièrement au tamis 250, et donnant un faible refus au tamis 325. Cette fabrication est momentanément interrompue, par suite de l'impossibilité de trouver actuellement, en France, des tamis corrects d'une telle finesse.

« L'Aluminium Français » produit, en outre, les qualités « B.P. 140 » et « Lo bis ».

La « B.P. 140 » passe en totalité au tamis 140, et donne un faible refus au tamis 250. La plus grande dimension de ses paillettes peut, en moyenne, être estimée à 35 microns; l'épaisseur est voisine du micron.

La poudre « Lo bis » est beaucoup plus fine. Elle renferme, en proportion élevée, des paillettes dont la plus grande dimension est inférieure à 5 microns, et l'épaisseur à 0,2 micron. Toutefois, elle manque d'homogénéité et contient parfois de grosses particules.

La Société « Les Tréfileries du Havre » livre, entre autres produits, les qualités « Paillettes fines » et « Poudre sèche 3 ».

Les « Paillettes fines » passent au tamis 60 : leur dimension peut donc dépasser 300 microns, mais l'expérience nous a montré que la plupart d'entre elles sont beaucoup moins grandes. Comme elles sont particulièrement brillantes, leur usage est précieux dans certains cas de visualisation. En prélevant les plus gros éléments de cette poudre, nous obtenons une nouvelle catégorie, que nous appelons « Grosses paillettes ».

La « Poudre sèche 3 » se situerait entre les tamis 280 et 400. A l'emploi, cependant, elle nous a semblé moins fine que la « Lo bis ».

Les considérations théoriques développées plus loin préciseront les domaines d'utilisation respectifs de ces différentes poudres.

2. — **Autres propriétés.**

a) *Couleur.*

Les particules sont plus ou moins teintées de bleu ou de gris. La poudre « Lo bis » est un peu plus grise que les autres, ce qui est un inconvénient du point de vue photographique.

b) *Pouvoir réfléchissant.*

Les mesures sont faites au *réflectomètre* : une lumière étalonée est réfléchiée sur une cellule photoélectrique, successivement par une surface étalon, et par un pavage de lamelles. Ces méthodes ont l'inconvénient, aussi grave en visualisation qu'en peinture, de concerner seulement la lumière *réfléchiée*, alors que la lumière *diffusée* joue un rôle considérable, surtout en raison des irrégularités de surface.

On admet que la *réflectivité* moyenne des lamelles atteint 70 à 80 %; elle est notablement plus forte dans le *violet*, propriété intéressante dans le cas d'un éclairage à l'arc.

c) *Danger d'explosion.*

La manipulation des poudres nécessite quelques précautions; comme tous les corps avides d'oxygène, l'aluminium peut brûler, surtout à l'état divisé.

La poussière d'aluminium est cependant moins dangereuse que la poussière de charbon ou d'amidon. La concentration du mélange explosif optimum est relativement grande, et rendrait l'air tout à fait irrespirable. De plus, les risques sont réduits par l'enrobage de stéarine : il suffira donc de maintenir la chambre d'expériences parfaitement propre, en évitant de laisser la poussière métallique s'accumuler aux endroits difficiles à nettoyer, et surtout de faire en sorte qu'un épais nuage de poudre ne puisse naître au voisinage de l'arc.

d) *Toxicité.*

Des études très poussées, conduites en Amérique et en France, ont établi que la poudre d'aluminium *n'est pas toxique*. On n'a jamais relevé de maladies professionnelles chez les ouvriers appelés à la manipuler quotidiennement.

DISTRIBUTION DES POUDRES

1. — Principe.

Un compresseur C (*fig. 6*) produit un courant d'air qui, arrivant en jet dans un réservoir de poudre, y provoque la formation d'un nuage. L'air, chargé de poudre, s'échappe par une sonde émettrice placée en un point convenable de la veine d'expériences.

Pour toutes nos visualisations, nous avons utilisé un petit compresseur à piston de 0,2 CV, débitant au maximum 250 cm³/s. Du compresseur au flacon, la liaison était assurée par un tuyau souple, de 1 cm de diamètre intérieur, raccordé à un tube effilé, qui débouchait au fond du réservoir par une section de 6 mm². Le jet résultant pouvait atteindre une vitesse maximum de 40 m/s, et le nuage se formait sans qu'aucune agitation fût nécessaire. Un tuyau de caoutchouc, de diamètre variable suivant le cas, conduisait les particules aux sondes émettrices.

Il est commode d'utiliser plusieurs flacons-réservoirs semblables, contenant chacun une sorte de poudre. Pour émettre une poudre déterminée, il suffit alors d'adapter le flacon correspondant sur le bouchon, qui demeure en place.

2. — Sondes émettrices.

La forme, la dimension, la position des sondes ont une importance capitale, et doivent réaliser les conditions suivantes :

— aucune perturbation, résultant, soit de la présence de la sonde, soit de l'émission d'air, ne doit être sensible au niveau des maquettes;

— il faut une *distribution uniforme*, de *densité déterminée*, dans la section plane choisie;

— l'émission doit être *constante* dans le temps.

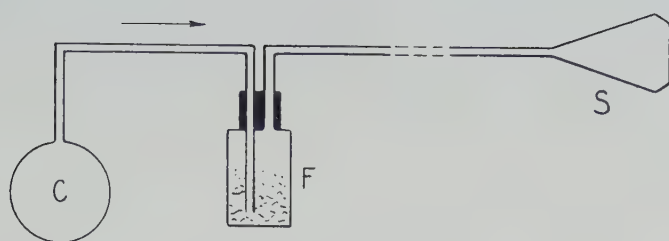


Fig. 6. — Schéma de l'émission des poudres
C : compresseur; F : flacon-réservoir; S : sonde d'émission

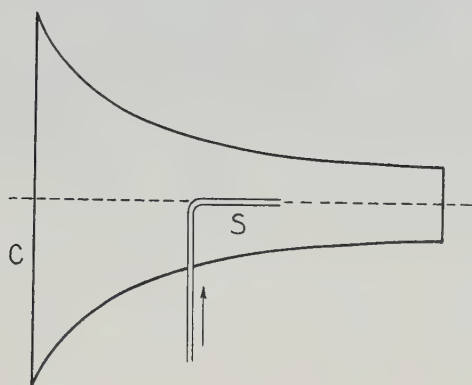


Fig. 7. — Emplacement de la sonde émettrice
C : collecteur; S : sonde

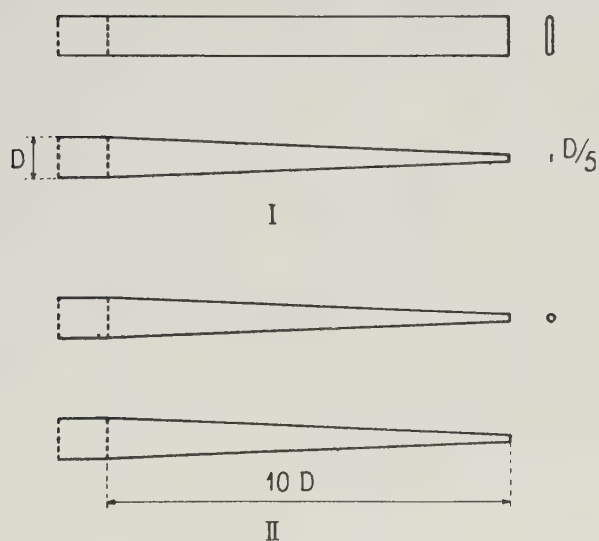


Fig. 8. — Sondes tubulaires

Les sondes sont placées dans le collecteur C, à distance variable suivant leurs types (*fig. 7*).

Après nombre d'essais, nous avons adopté les types suivants :

a) *Sonde tubulaire.*

C'est un tube mince de laiton ou d'acier, d'abord cylindrique et de diamètre D (*fig. 8*). Dans la sonde de type I, il s'aplatit progressivement, et s'ouvre suivant une ellipse. Dans le type II, le tronçon terminal est un cône qui s'ouvre suivant un cercle.

Cette évolution des sections ne doit pas être trop rapide; avec les cotes de la figure, les sondes tubulaires troublent très peu l'écoulement général. On les utilise lorsqu'on désire une émission bien localisée (1). Elles n'apportent aucune perturbation sensible dans la région d'études, dès qu'elles en sont éloignées d'environ $20 D$. Dans plusieurs de nos expériences, D était de 4 mm.

b) *Sonde triangulaire.*

Pour obtenir une émission plane de largeur notable, nous utilisons la *sonde triangulaire*, représentée ci-dessous (*fig. 9*); son ouverture 2α ne peut guère dépasser 40° , faute de quoi la distribution devient insuffisante vers les bords. Avec les cotes de la figure, et débouchant à environ $30 D$ de la zone explorée, ce système

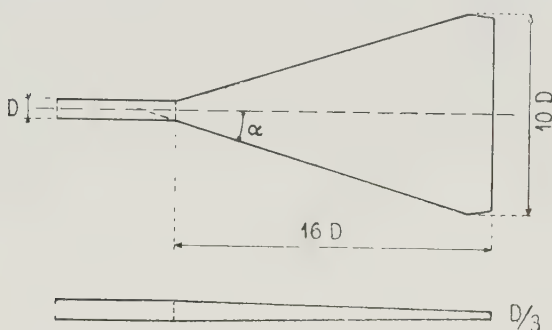


Fig. 9. — Sonde triangulaire

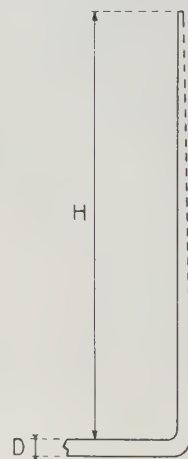


Fig. 10. — Sonde à trous

donne les meilleurs résultats. Cependant, ses dimensions sont limitées, sous peine d'exiger un débit supérieur à celui de notre compresseur et d'entraîner une augmentation de poids incompatible avec le mode de suspension de la sonde. Nous avons obtenu de bonnes émissions jusqu'à une largeur de 12 cm.

c) *Sonde à trous.*

Pour visualiser une bande plus large, nous avons construit la *sonde à trous*, tube de laiton AB percé d'une ligne d'orifices émetteurs (*fig. 10*). Le tube est aplati pour atténuer la perturbation; la section décroît de A à B, pour tenir compte de l'air déjà émis.

(1) Voir par exemple, au chapitre VIII, la visualisation du tourbillon marginal.

Ce montage donne des résultats inégaux : l'émission n'est pas la même aux différents trous, et varie dans le temps. De plus, il faut placer l'appareil assez loin à l'amont (3 H). En fait, nous n'avons pu étendre au delà de 20 cm la largeur de la bande explorée.

d) *Cas d'une veine très large.*

Quand on dispose d'un débit suffisant d'air comprimé, il est facile d'étudier une largeur quelconque : il suffit de brancher en parallèle plusieurs sondes triangulaires, alimentées soit par un réservoir commun, soit par plusieurs réservoirs : à ce dernier cas

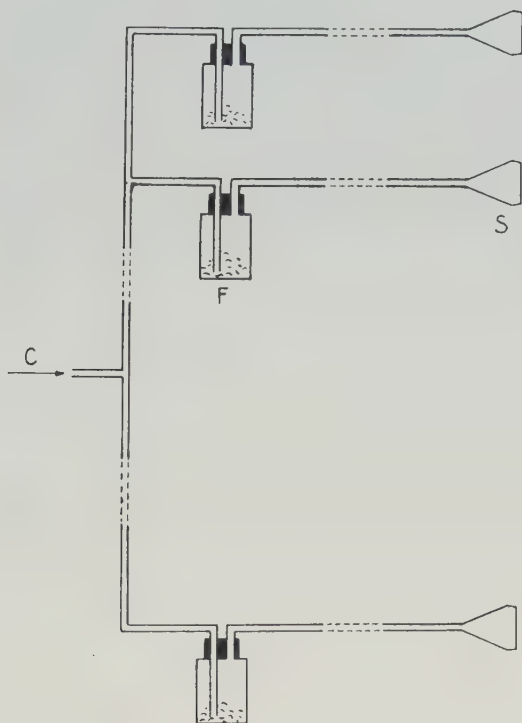


Fig. 11

Schéma de l'émission dans une veine de grande section
C : compresseur; F : flacons-réservoirs; S : sondes

correspond une répartition plus égale des poudres entre les différentes sondes (*fig. 11*). Un tel dispositif sera installé dans les nouvelles souffleries de l'Institut de Recherches de Poitiers.

3. — Vitesse et débit.

a) *Vitesse optimum.*

La vitesse idéale d'émission serait évidemment celle que possède le courant général au voisinage de la sonde. Il n'est pas toujours possible de l'assurer rigoureusement, mais on doit s'en rapprocher, pour réduire à leur minimum les perturbations occasionnées par l'émetteur.

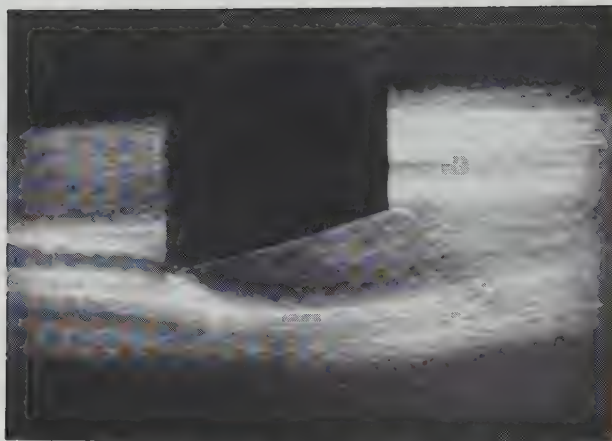


Fig. 12 a

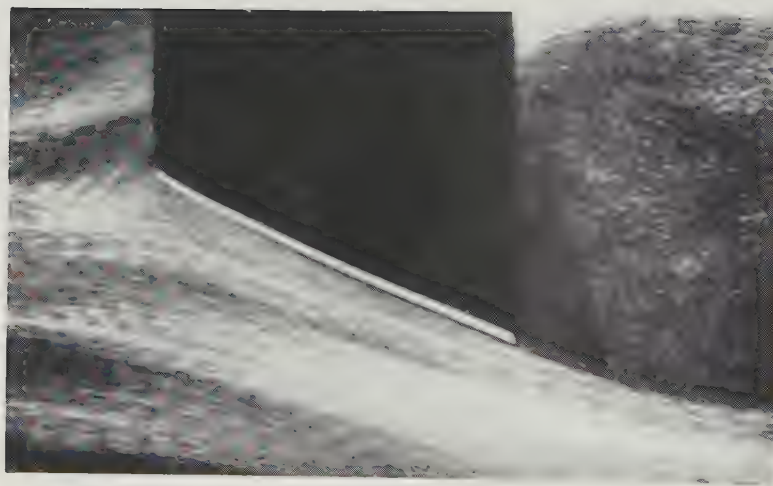


Fig. 12 b

Écoulements autour d'un profil d'aile : phénomène de stries (particules en nuage)

REMARQUE. — Sauf indication contraire, les écoulements visualisés
se propagent de gauche à droite

b) *Débit.*

Il suffit d'une *très petite quantité* de poudre pour visualiser un écoulement d'air. Ce fait frappe dès les premiers essais : nous avons cherché à le préciser, en évaluant le nombre de traits lumineux distincts, sur un cliché posé au 1/50 de seconde. Ce nombre était voisin de 1 000. Multiplions-le par 100 pour tenir compte des lamelles mal orientées ⁽¹⁾, et de celles qui pourraient passer en dehors de la zone lumineuse; estimons à 100 microns-cube le volume d'un corpuscule : le débit correspondant n'atteint pas 5 grammes par heure. L'expérience confirme cet ordre de grandeur, du moins quand les poudres sont fines.

c) *Stries.*

Quand on envoie une très forte densité de particules (en « *nuage* »), les interruptions chronophotographiques n'apparaissent plus, mais on observe une suite de *stries*, dont la période est celle de ces interruptions (*fig. 12 et 13*). Ce phénomène montre que l'émission

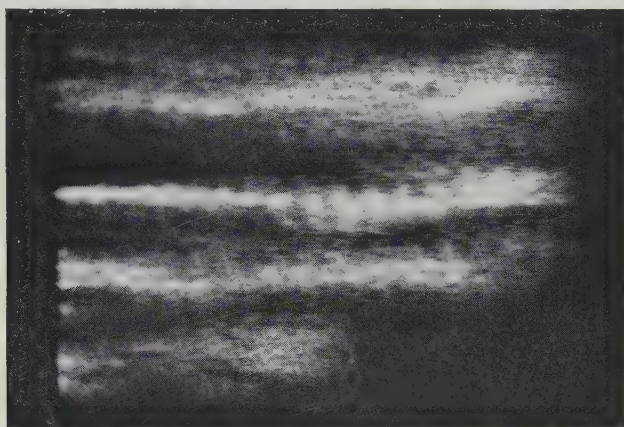


Fig. 13. — Émission d'une sonde à trous : phénomène de stries
(particules en nuage)

de l'air est périodique, la fréquence étant imposée par les coupures du disque chronophotographique. On peut supposer que cette fréquence est transmise aux sondes, soit par les vibrations de l'air (le disque rend en effet un son assez puissant), soit par celles des liaisons solides qui fixent les sondes. On retrouve les stries sur toutes les visualisations par « *nuage* », à moins, bien entendu, que l'on n'arrête le disque.

M. BOVASSE a fait plusieurs observations du même ordre. L'extrait suivant concerne un disque stroboscopique percé d'un trou unique :

« Il arrive que le stroboscope fixe le phénomène en imposant sa fréquence. Le disque stroboscopique n'est jamais dynamiquement centré...; sa rotation produit donc sur la table des variations de pression, par suite des vibrations, dont la période est celle des tours; elles peuvent créer une fréquence égale pour le phénomène [44]. »

Remarquons que les stries dessinent des lignes isochrones de l'écoulement, mais elles sont généralement trop confuses pour que cette propriété puisse être utilisée.

(1) Chapitre III.

AMÉLIORATION DU DEGRÉ DE FINESSE

Pour certains cas de visualisation, d'ailleurs exceptionnels, la finesse des poudres commerciales s'avère insuffisante. Nous avons cherché à l'améliorer.

1. — Théorie de la sélection.

a) Principe.

Nous avons adopté la sélection par *entraînement en courant d'air ascendant*. Si l'on introduit une poudre hétérogène à la base d'un long tube vertical, parcouru par un courant d'air très lent, seules les particules d'une certaine finesse parviendront à la partie supérieure; les autres, entraînées par la pesanteur, se rassembleront au bas de la colonne.

b) Théorie.

Soit $\vec{V}_{sp}$ la vitesse absolue d'une particule, $\vec{V}_{sf}$ celle du courant d'air, supposé uniforme dans tout le tube. Appelons μ la viscosité de l'air, g l'accélération de la pesanteur, m la masse de la particule et d l'une de ses dimensions.

Quand la vitesse relative :

$$(1) \quad \vec{u} = \vec{V}_{fp} = \vec{V}_{sp} - \vec{V}_{sf}$$

reste assez petite, la force d'entraînement $\vec{R}$, exercée par l'air sur la particule, est donnée par la loi linéaire (1) :

$$(2) \quad \vec{R} = -k\vec{u},$$

k étant un coefficient qui dépend de la dimension de référence d , de la forme de la lamelle et de son orientation par rapport au déplacement relatif $\vec{u}$. La particule est soumise, d'une part, à cette force $\vec{R}$, dirigée vers le haut; d'autre part, à l'action $m\vec{g}$ de la pesanteur, dirigée vers le bas.

Considérons une paillette immobile par rapport au tube S :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{sp} &= 0, \\ \vec{u} &= -\vec{V}_{sf}. \end{aligned}$$

Par suite :

$$(3) \quad \vec{R} = -m\vec{g} = k\vec{V}_{sf}$$

(1) Chapitre II,

ou, en posant :

$$(4) \quad \frac{k}{m} = K,$$

$$(5) \quad K = \frac{g}{V_{sf}}.$$

Les particules dont le coefficient K est *supérieur* à la valeur $\frac{g}{V_{sf}}$ sont entraînées vers le haut par le courant d'air; les autres retombent à la base du tube.

La forme, la dimension, ni la masse d'un corpuscule n'interviennent donc isolément dans ce problème, dont la discussion dépend uniquement d'un certain paramètre K ; nous verrons que ce coefficient est d'une importance capitale pour tout ce qui concerne les visualisations.

c) *Objections possibles.*

La *vitesse du courant* dans le tube n'est pas rigoureusement uniforme : elle est plus grande au voisinage de l'axe.

Par l'intermédiaire de k , la force d'entraînement dépend de l'*orientation* des lamelles par rapport à la direction du déplacement relatif $\vec{u}$. Or, d'après les théories du comportement des petits corps en milieu visqueux, cette orientation est *a priori* quelconque quand l'écoulement du fluide ambiant est uniforme. Il semble donc illégitime d'affecter à une particule un coefficient K bien déterminé.

Ces objections seront examinées au chapitre suivant.

2. — **Le sélecteur.**

L'appareil est représenté par la *figure 14*.

a) *Mise en suspension des particules.*

Le *compresseur* C produit un courant d'air, dont le débit et la pression, toujours faibles, sont réglés respectivement par le robinet r et l'éprouvette P, dans laquelle un tube plongeur est enfoncé à la profondeur h . L'air parvient ainsi au *flacon* R, qui contient la poudre à sélectionner; en raison de la faible vitesse de circulation, ce réservoir doit, pour maintenir « *en nuage* » une partie de la poudre, être animé d'un mouvement de vibration assez vif. Chargé de poudre, l'air arrive à la base du tube vertical AB, où il se ralentit beaucoup par suite de l'élargissement de la section.

b) *Sélection.*

La sélection s'opère dans ce tube : les grosses particules se rassemblent dans le réservoir S; les petites sont entraînées vers le flacon F, où la plupart se déposent. Certaines cependant — les plus fines de toutes — parviennent jusqu'au flacon G, et sont arrêtées par l'alcool qu'il contient. Enfin, l'air vient remplir l'éprouvette graduée E.

c) *Caractéristiques de fonctionnement.*

L'appareil fonctionne sous la pression motrice H : ρ_a étant la masse spécifique de l'alcool et h' l'enfoncement dans l'alcool du tube d'amenée des poudres, cette pression est égale à :

$$H = h - \rho_a h'.$$

La vitesse V_{sf} en dépend, et se mesure d'après le débit, par chronométrage du temps mis pour emplir d'air l'éprouvette E . Elle varie de 0,3 à 4 mm par seconde.

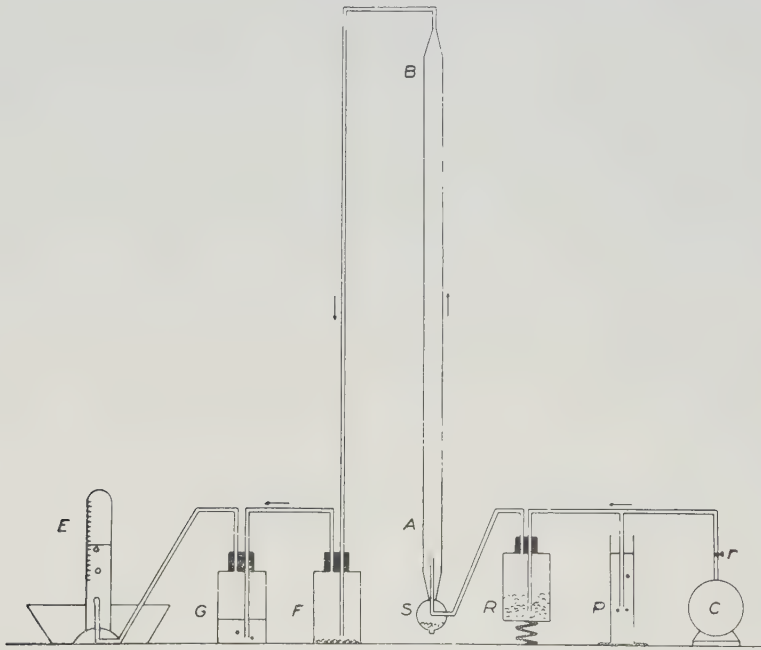


Fig. 14. — Schéma du sélecteur de particules

AB : colonne sélectrice; C : compresseur; P, r : régulateurs de pression;
R : poudre brute; S : grosses particules; F, G : fines particules; E : éprouvette graduée

Les quantités de poudre obtenues sont *faibles* (quelques centimètres cubes par jour), et d'autant plus que l'on pousse loin la sélection. Mais on observera :

- que l'appareil est susceptible d'un fonctionnement continu;
- qu'il est facile de monter en parallèle plusieurs tubes AB;
- qu'en général, les visualisations en soufflerie consomment très peu de poudre (1).

(1) Page 17.

3. — Résultats.

L'appareil fournit d'excellents résultats.

a) *Finesse des particules obtenues.*

Nous avons pu ralentir le courant d'air jusqu'à :

$$V_{\text{SF}} = 0,2 \text{ mm/s},$$

soit, pour $\frac{g}{V_{\text{SF}}}$, la valeur en C.G.S. :

$$\frac{g}{V_{\text{SF}}} = 50\,000.$$

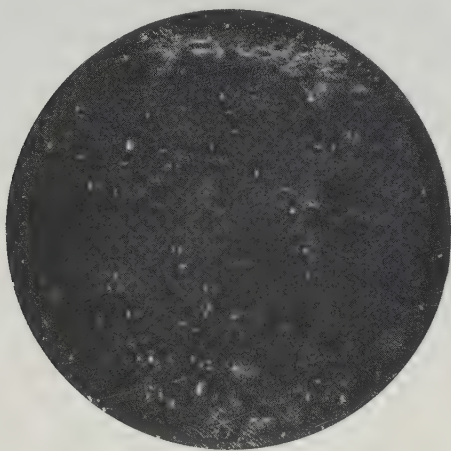


Fig. 15. — Poudre « Lobis », après sélection poussée
K = 50 000. Grossissement : G = 250

Aux particules obtenues correspond donc un coefficient :

$$K \geq 50\,000.$$

Avec les possibilités actuelles d'éclairage, on n'a pas intérêt à rechercher une finesse supérieure, car les particules renverraient trop peu de lumière pour qu'on puisse les photographier (1).

La figure 15 représente, au grossissement 250, la poudre obtenue dans ces conditions. Pour fixer les idées, signalons qu'un coefficient de 50 000 correspond, pour un disque circulaire d'épaisseur 0,5 micron, à un diamètre de 2 microns (2).

b) *Précision.*

La précision avec laquelle se trouve déterminé le paramètre K sera discutée au chapitre suivant.

(1) Chapitre V.

(2) Chapitre II.

CHAPITRE II

ÉTUDE DE L'ÉVOLUTION D'UNE SUSPENSION RÉALISÉE EN COURANT PERMANENT FIDÉLITÉ D'UNE VISUALISATION CHRONOPHOTOGRAPHIQUE

Considérons l'écoulement permanent d'un fluide F à l'intérieur d'une tuyère ou autour d'un obstacle S . L'état de régime atteint, cet écoulement est caractérisé par un certain champ de vitesses, qu'il s'agit de déterminer expérimentalement : la méthode chronophotographique consiste à introduire dans le fluide des particules solides P , de très petites dimensions, et à mesurer leurs vitesses, relativement à un appareil photographique lié, en général, à l'obstacle ou à la tuyère. Nous nous proposons, dans ce chapitre, de déterminer la correspondance qui unit le champ des *vitesses particulières* ainsi obtenu et le *champ de vitesses qui caractériserait l'écoulement du fluide F , en l'absence des particules P .*

ÉQUATION DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE

Dans la suite, nous supposons essentiellement que le nombre des particules par unité de volume — ou *densité de la suspension* — reste *assez faible*, et leurs dimensions *assez petites*, pour que l'écoulement du fluide F ne soit pas modifié par leur présence, en dehors d'étroits domaines environnant les particules P .

1. — Équation générale du mouvement.

a) Notations.

Nous désignons par m , v et ρ la masse, le volume et la masse spécifique de la particule P ; par d l'une de ses dimensions; p représente la pression, g l'accélération de la pesanteur, ρ' et ν la masse spécifique et la viscosité cinématique du fluide F .

Nous affectons les vecteurs vitesse et accélération d'un *double indice* : le premier indique le système par rapport auquel on les mesure; le second désigne le corps dont on considère la vitesse ou l'accélération; enfin, nous précisons, dans une parenthèse, la position occupée par ce corps, à l'instant de la mesure.

Par suite, $\overrightarrow{V_{sf}(M)}$ est la vitesse, relativement à un système lié à l'obstacle S, de la particule P qui se trouve, à l'instant t où l'on prend sa vitesse, en un point M de l'espace S; $\overrightarrow{V_{sf}(M)}$ est la vitesse, relativement à S, de l'élément fluide qui, au même instant t , fût passé au même point M, en l'absence de la particule P : aussi l'appelle-t-on parfois « *vitesse virtuelle* ».

Du point de vue mathématique, on peut éviter l'introduction de cet élément fictif, et définir $\overrightarrow{V_{sf}(M)}$ à partir des seules caractéristiques de l'écoulement réel. Considérons en effet un point M' du champ, voisin de M, mais en dehors de la trajectoire de la particule P; supposons de plus qu'en ce point M', il ne passe aucune particule pendant un petit intervalle de temps dt : il est assurément possible de trouver un tel point, puisque la répartition des particules est discontinue et, par hypothèse, relativement « claire ». Dans ces conditions, la relation connue :

$$(6) \quad \overrightarrow{V_{sf}(M)} = \overrightarrow{V_{sf}(M')} - \overrightarrow{MM'} [\overrightarrow{\text{grad } V}]_{M'},$$

dans laquelle $\overrightarrow{\text{grad } V}$ désigne le tenseur mixte de second ordre attaché au champ, constitue, comme on le sait, une définition directe du vecteur $\overrightarrow{V_{sf}}$.

b) *Analyse des actions mécaniques.*

Une particule P, occupant la position M, est soumise aux forces suivantes [12] :

Force d'inertie :

$$(7) \quad \vec{F}_1 = -m \overrightarrow{J_{sf}(M)} = -\rho v \overrightarrow{J_{sf}(M)},$$

le symbole J désignant l'accélération.

Force de pesanteur :

$$(8) \quad \vec{F}_2 = m \vec{g} = \rho v \vec{g}.$$

Force de pression :

En raison des faibles dimensions du corpuscule, on peut poser :

$$(9) \quad \vec{F}_3 = -v \overrightarrow{\text{grad } p}.$$

Force d'entraînement :

Le fluide exerce sur la particule une action d'entraînement, ou de résistance à l'avancement, égale, comme on sait, à :

$$(10) \quad \vec{R} = -\rho' \frac{vu}{d} f\left(\frac{ud}{v}\right) \vec{u},$$

$\vec{u}$ désignant le vecteur $\overrightarrow{V_{sf}(M)} - \overrightarrow{V_{sf}(M)}$, et f une certaine fonction positive.

c) *Équation du mouvement.*

L'équation du mouvement s'écrit, par conséquent :

$$(11) \quad \rho \overrightarrow{J_{sp}(M)} - \rho \vec{g} + \overrightarrow{\text{grad } p}(M) + \rho' \frac{u}{d} f\left(\frac{u}{v}\right) \vec{u} = 0.$$

Celle du mouvement d'un élément fluide passant au même point M s'écrirait de même :

$$(12) \quad \rho' \overrightarrow{J_{sf}(M)} - \rho' \vec{g} + \overrightarrow{\text{grad } p}(M) = 0.$$

Par suite, en éliminant la pression entre ces deux équations :

$$(13) \quad \rho \overrightarrow{J_{sp}(M)} - \rho' \overrightarrow{J_{sf}(M)} = -\frac{\rho' u \vec{u}}{d} f\left(\frac{u}{v}\right) + (\rho - \rho') \vec{g}.$$

2. — **Formes approchées.**

a) *Particules solides en courant gazeux.*

Plaçons-nous dans le cas de *corpuscules solides en suspension dans un gaz* : la masse spécifique du fluide est alors très petite vis-à-vis de celle des particules ; au contraire, les vitesses $\overrightarrow{V_{sp}}$ et $\overrightarrow{V_{sf}}$, d'une part — les accélérations $\overrightarrow{J_{sp}}$ et $\overrightarrow{J_{sf}}$, d'autre part — sont de même ordre. Par conséquent, dans la formule (13), les termes $-\rho' \overrightarrow{J_{sf}}$ et $\rho' \vec{g}$ peuvent être négligés, respectivement devant les termes $\rho \overrightarrow{J_{sp}}$ et $\rho \vec{g}$.

b) *Loi linéaire d'entraînement.*

Lorsque la vitesse relative :

$$\vec{u} = \overrightarrow{V_{sp}} - \overrightarrow{V_{sf}}$$

est suffisamment faible, on sait que la force d'entraînement $\overrightarrow{R}$ lui est proportionnelle. Nous posons donc :

$$(14) \quad \overrightarrow{J_{sp}} = \frac{\overrightarrow{R}}{m} = K \vec{u}.$$

m est la masse de la particule ; K , toujours positif, est le « *coefficient d'entraînement* » ; il dépend de la viscosité du fluide et des caractéristiques géométriques de la particule.

Il est indispensable de connaître l'ordre de grandeur du domaine de validité de la relation (14). Dans le cas d'un *corpuscule sphérique*, des expériences ont été faites à Göttingen (1) ; d'après leurs résultats, la loi de proportionnalité est valable, tant que

(1) Cité par MM. BRUN et VASSEUR [12].

le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_p$ relatif à la particule reste inférieur à l'unité. d étant le diamètre de la sphérule et ν la viscosité cinématique du fluide, on doit donc avoir :

$$(15) \quad \frac{u d}{\nu} < 1.$$

Bien que les expériences n'aient pas été faites pour les autres formes de grains, il semble assurément légitime de supposer que l'étendue du domaine d'application de la formule (14) reste de même ordre. Deux faits lèvent d'ailleurs toute difficulté sur ce point :

— d'une part, comme nous le verrons, les expériences de visualisation correspondent presque toujours à un nombre $\mathcal{R}_p$ très inférieur à l'unité;

— d'autre part, si par exception nous sortions du domaine de proportionnalité, les forces réelles d'entraînement seraient *plus grandes* que ne l'indiqueraient les calculs basés sur la relation (14); la visualisation réelle serait donc *plus fidèle* que la visualisation calculée.

REMARQUE. — On peut se demander ce qu'il adviendrait, si le libre parcours moyen des molécules fluides cessait d'être négligeable devant les dimensions des particules.

M. CUNNINGHAM [13] corrige ainsi la loi de résistance de la sphère de Stokes :

$$(16) \quad \vec{R} = 3 \pi \mu d \vec{u} \left(1 + 3,26 \frac{l}{d} \right)^{-1},$$

$\vec{R}$ étant la force de résistance, μ la viscosité du fluide, d le diamètre de la sphère, $\vec{u}$ sa vitesse relative, l le libre parcours moyen.

Or, pour l'air, dans les conditions ordinaires :

$$l = 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ cm.}$$

Pour une sphère de diamètre 3 microns, la correction relative serait de l'ordre de 10 %. On peut admettre une correction de même ordre pour des particules non sphériques, de sorte que la théorie de l'entraînement n'est pratiquement pas affectée jusqu'à ces dimensions.

c) Pesanteur.

Le plus souvent, l'accélération $\vec{J}_{sp}$ aura des valeurs très grandes devant la pesanteur $\vec{g}$, que l'on pourra donc négliger. Indépendamment de ce fait, dans les expériences en soufflerie, l'action perturbatrice de la pesanteur dépend surtout de la vitesse générale du courant. En effet, soit, pour fixer les idées, un écoulement laminaire de vitesse horizontale V_0 . L'état de régime atteint, $\vec{J}_{sp}$ est nul, et, par suite, la pesanteur seule intervient dans l'équation du mouvement; mais son action se borne à donner à la particule une vitesse verticale V'_{sp} qui, nous le verrons, reste *extrêmement faible* dans les cas usuels (quelques dixièmes de millimètre par seconde). Composée avec V_0 (plusieurs mètres par seconde en général), cette vitesse V'_{sp} ne la modifie pratiquement pas.

d) *Équation simplifiée du mouvement.*

Les remarques précédentes permettent d'écrire :

$$(17) \quad \overrightarrow{J_{sp}}(M) + K [\overrightarrow{V_{sp}}(M) - \overrightarrow{V_{sf}}(M)] = 0,$$

avec les notations habituelles :

$\overrightarrow{V_{sp}}(M)$ et $\overrightarrow{J_{sp}}(M)$: vitesse et accélération, relativement à l'obstacle S, de la particule qui passe en M à l'instant considéré ;

$\overrightarrow{V_{sf}}(M)$: vitesse, relativement à S, de l'élément fluide qui passerait en M si la particule P ne s'y trouvait pas ;

K : coefficient d'entraînement.

La relation s'applique à la plupart des visualisations en soufflerie.

3. — Premières conséquences.

a) *Écoulements permanents à trois dimensions.*

L'équation (17) montre que les trois vecteurs $\overrightarrow{V_{sp}}$, $\overrightarrow{J_{sp}}$ et $\overrightarrow{V_{sf}}$ sont dans un même plan, qui est évidemment le *plan osculateur* en M à la *trajectoire particulière* Γ_{sp} . Par conséquent :

— en un point du champ, le plan osculateur à la trajectoire particulière est *tangent* à la ligne de courant qui passe par ce point ;

— la *fidélité* de la visualisation ne dépendant, au point M, que des vecteurs $\overrightarrow{V_{sp}}$ et $\overrightarrow{V_{sf}}$, tous les calculs concernant cette fidélité pourront être conduits dans le *système plan* des axes de Frenet : $\overrightarrow{Mx}$, colinéaire à $\overrightarrow{V_{sp}}$; $\overrightarrow{My}$, colinéaire à la normale principale de la trajectoire Γ_{sp} .

Aussi nous bornerons-nous, *sans que soit restreinte la généralité du problème*, à étudier la fidélité dans le cas des *écoulements à plan directeur*.

b) *Relations fondamentales.*

Projetons l'équation (17) sur les axes de Frenet $\overrightarrow{Mx}$, $\overrightarrow{My}$ de la trajectoire Γ_{sp} , en désignant par α l'angle des vecteurs $(\overrightarrow{V_{sp}}, \overrightarrow{V_{sf}})$, par R_{sp} le rayon de courbure et par ds l'arc de la trajectoire particulière, compté positivement dans le sens du mouvement :

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{V^2}{R} \right]_{sp} = K V_{sf} \sin \alpha, \\ \left[\frac{dV}{ds} \right]_{sp} = \frac{K (V_{sf} \cos \alpha - V_{sp})}{V_{sp}}. \end{array} \right.$$

En posant :

$$(19) \quad \lambda = \frac{V_{sp} - V_{sf}}{V_{sp}},$$

il vient :

$$(20) \quad \begin{cases} (1 - \lambda) \sin \alpha = \frac{1}{K} \left[\frac{V}{R} \right]_{sp}, \\ (1 - \lambda) \cos \alpha = 1 + \frac{1}{K} \left[\frac{dV}{ds} \right]_{sp}. \end{cases}$$

Par suite des notations mêmes, $(1 - \lambda)$ n'est jamais négatif.

c) *Interprétation de ces formules.*

Les relations (20) relient :

α) les caractéristiques cinématiques ou géométriques du mouvement particulaire : V_{sp} , R_{sp} , $\left[\frac{dV}{ds} \right]_{sp}$. Ces grandeurs sont mesurables sur le cliché chronophotographique;

β) les paramètres α et λ , qui traduisent numériquement la *fidélité* de la visualisation. En effet, α représente l'*écart angulaire* entre la trajectoire de la particule et celle de l'élément fluide qui, en son absence, fût passé au même point; λ mesure l'*erreur* relative commise en assimilant la vitesse de la particule à celle de cet élément fluide. Dès à présent, on voit qu'une *bonne visualisation* sera caractérisée par de *petites valeurs de α et λ* ;

γ) le coefficient d'entraînement K , dont nous allons faire une étude spéciale.

ÉTUDE DU COEFFICIENT D'ENTRAÎNEMENT

Nous rappelons que le coefficient d'entraînement est défini par l'équation :

$$(17) \quad \vec{J}_{sp} + K \vec{u} = 0.$$

Sa *dimension* est inverse de celle d'un temps : sa valeur reste donc la même dans tous les systèmes usuels d'unités, où l'unité de temps est la seconde. On peut le calculer en certains cas simples.

On sait que, pour un corpuscule sphérique, STOKES en a donné la valeur suivante :

$$(21) \quad K = \frac{3 \pi \mu d}{m};$$

μ : viscosité du fluide; d , m : diamètre et masse du corpuscule.

Pour toute autre forme, le coefficient dépend en outre de l'*orientation* du vecteur $\vec{u} = \vec{V}_{fp}$, par rapport à un trièdre lié à la particule.

Ce fait constituerait un sérieux obstacle à l'étude théorique des suspensions, et particulièrement aux applications que nous avons en vue, si la variation de K avec l'orientation de $\vec{V}_{FP}$ était considérable. Il est clair, en effet, qu'ignorant *a priori* cette orientation (ne fût-ce qu'en raison des formes complexes et diverses des particules utilisées, et de leurs orientations à l'émission), on ne pourrait déterminer les forces d'entraînement effectivement subies. Fort heureusement, comme nous allons le voir, la valeur de K dépend *relativement peu* de l'orientation du déplacement relatif; par suite, des résultats substantiels seront obtenus, en prenant pour K une valeur comprise entre les extrêmes K_1 et K_2 .

Par passage à la limite à partir des formules d'OBERBECK, M. MOREAU [14] a obtenu les valeurs théoriques correspondant aux cas suivants :

- *particule circulaire infiniment mince;*
- *particule elliptique infiniment mince;*
- *particule en forme d'ellipsoïde et, par extension, particule aciculaire.*

Il a, de plus, examiné le cas d'une lamelle de *faible épaisseur* et formulé quelques théorèmes généraux, parmi lesquels nous citerons le suivant :

« Soit une particule P de *forme quelconque*; repérons, par rapport à un trièdre lié à cette particule, les directions de l'accélération $\frac{\ddot{\mathbf{R}}}{m}$ qu'elle subit. Sur chacune de ces directions, portons, à partir du sommet du trièdre, une longueur PK proportionnelle au coefficient d'entraînement correspondant : le lieu des points K est un *ellipsoïde*. »

Nous prendrons, dans la suite, les axes de cet ellipsoïde comme axes du trièdre lié à la particule; nous appellerons *coefficients principaux*, et désignerons par K_1, K_2, K_3 , les longueurs des demi-axes de l'ellipsoïde, rangés par valeurs décroissantes.

À partir des formules de M. MOREAU, nous avons effectué des calculs numériques dont nous donnons ici les résultats essentiels :

1. — **Particule circulaire infiniment mince.**

a) *Expression théorique et notations.*

Soit θ l'angle du vecteur $\vec{u}$ avec l'axe $\vec{Ox}$ de la particule circulaire (*fig. 16*). Les coefficients principaux ont les valeurs suivantes :

— *maximum pour $\theta = 0$:*

$$K_1 = \frac{8d\mu}{m};$$

— *minimum pour $\theta = \frac{\pi}{2}$:*

$$K_2 = K_3 = 5,33 \frac{d\mu}{m};$$

d est le diamètre du disque, m sa masse et μ la viscosité du fluide.

Le rapport des coefficients extrêmes est donc de 1,5.

b) Cas d'un angle θ quelconque.

Les phénomènes étant linéaires, ce cas se traite par décomposition :

α) Les vecteurs $\vec{u}$ (déplacement relatif) et $\vec{R}$ (force d'entraînement subie par la particule) ne sont pas colinéaires. — Posons :

$$(\vec{Ox}, \vec{u}) = \theta, \quad (\vec{Ox}, -\vec{R}) = \theta'.$$

Par projection sur les axes principaux $\vec{Ox}, \vec{Oy}$:

$$\begin{cases} K_2 u \sin \theta = -R \sin \theta', \\ K_1 u \cos \theta = -R \cos \theta', \end{cases}$$

et, par suite :

$$(23) \quad \begin{cases} K_2 \operatorname{tg} \theta = K_1 \operatorname{tg} \theta', \\ R^2 = u^2 (K_2^2 \sin^2 \theta + K_1^2 \cos^2 \theta). \end{cases}$$

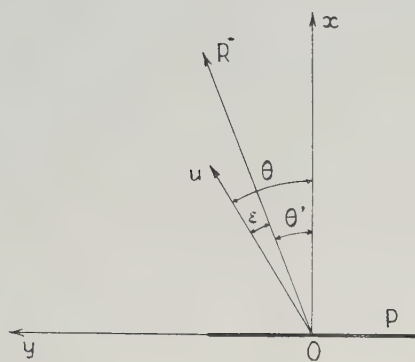


Fig. 16

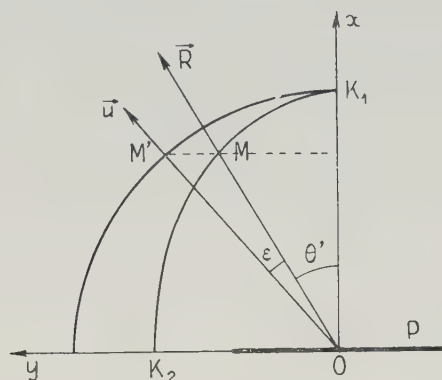


Fig. 17

β) Calcul des quantités $K_0 = -\frac{R}{U}$ et $\varepsilon = \theta' - \theta$. — On trouve aisément :

$$(24) \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{(K_1 - K_2) \operatorname{tg} \theta}{K_1 + K_2 \operatorname{tg}^2 \theta} = \frac{(k - 1) \operatorname{tg} \theta}{k + \operatorname{tg}^2 \theta},$$

avec :

$$k = \frac{K_1}{K_2} = 1,5,$$

et :

$$(25) \quad K_0 = \sqrt{K_2^2 \sin^2 \theta + K_1^2 \cos^2 \theta}.$$

γ) Interprétation graphique. — Écrivons la formule (25) sous la forme :

$$(26) \quad \frac{1}{K_0^2} = \frac{\sin^2 \theta'}{K_2^2} + \frac{\cos^2 \theta'}{K_1^2},$$

et considérons l'ellipse de demi-axes $OK_1 = K_1$, $OK_2 = K_2$ (fig. 17). A toute direction du vecteur $\vec{R}$, correspond un point M de cette ellipse et le coefficient d'entraînement K_θ est égal à OM.

Le vecteur $\vec{u}$ s'obtient en joignant l'origine au point M', intersection du cercle principal avec une parallèle à l'axe Oy, menée par M.

c) Valeur maximum de l'angle ε .

La dérivée :

$$\frac{d(\operatorname{tg} \varepsilon)}{d(\operatorname{tg} \theta)} = \frac{(k-1)(k-\operatorname{tg}^2 \theta)}{k+\operatorname{tg}^2 \theta}$$

s'annule pour :

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{k}.$$

La valeur du maximum est :

$$\varepsilon_M = \frac{k-1}{2\sqrt{k}},$$

et celle du coefficient d'entraînement :

$$K_\theta = \sqrt{K_1 K_2}.$$

C'est la moyenne géométrique des valeurs extrêmes. Dans le cas présent, $k = 1,5$. Le maximum de ε se produit pour $\theta = 51^\circ$. Sa valeur est $\varepsilon_M = 11^\circ$ et celle du coefficient d'entraînement correspondant :

$$K_{51^\circ} = 6,6 \frac{d\mu}{m}.$$

d) Conséquences.

Ainsi, dans le cas très général de coefficients d'entraînement inégaux, la particule subit, outre un déplacement dans le sens de l'accélération à laquelle elle est soumise, une sorte de glissement parallèle à son axe de moindre résistance. M. MOREAU a montré qu'il n'en résulte, pour la particule, aucun effet d'orientation, tant que l'on demeure dans le domaine de validité de la formule (17).

L'existence de l'angle ε est de peu d'importance pour les problèmes de visualisation : il ne constitue, en effet, qu'un *terme correctif*, portant sur le vecteur :

$$\vec{u} = \vec{V}_{SP} - \vec{V}_{SF},$$

qui lui-même doit toujours rester faible dans toute visualisation correctement préparée.

2. — Particule elliptique infiniment mince.

a) Formules générales.

Soit une particule elliptique P, de demi-axes a et b . Référons-nous au trièdre $Oxyz$: Ox normal au plan de l'ellipse, Oy colinéaire à son petit axe, Oz à son grand axe. M. MOREAU démontre que les coefficients principaux K_1, K_2, K_3 correspondent à des accélérations respectivement dirigées suivant les axes Ox, Oy, Oz ; leurs valeurs sont données par les relations suivantes, où m représente la masse de la particule, μ la viscosité du fluide et t une variable d'intégration :

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} K_1 = \frac{8 \pi \frac{\mu}{m}}{\int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)}}}, \\ K_2 = \frac{8 \pi \frac{\mu}{m}}{\int_0^\infty \left(1 + \frac{b^2}{b^2 + t^2}\right) \frac{dt}{\sqrt{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)}}}, \\ K_3 = \frac{8 \pi \frac{\mu}{m}}{\int_0^\infty \left(1 + \frac{a^2}{a^2 + t^2}\right) \frac{dt}{\sqrt{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)}}}. \end{array} \right.$$

Nous nous proposons d'effectuer le calcul numérique de ces coefficients.

b) Propriétés générales des coefficients d'entraînement. Notations.

A partir des formules (27), on démontre la relation :

$$(28) \quad \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} = \frac{3}{K_1}.$$

Il suffit dès lors de calculer directement deux des coefficients.

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = K_1 \frac{m}{\mu}, \quad B = K_2 \frac{m}{\mu}, \quad C = K_3 \frac{m}{\mu}, \\ I_1 = \frac{8 \pi}{A}, \quad I_2 = \frac{8 \pi}{B}, \quad I_3 = \frac{8 \pi}{C}, \\ I'_2 = \int_0^\infty \frac{b^2}{b^2 + t^2} \frac{dt}{\sqrt{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)}}, \\ I'_3 = \int_0^\infty \frac{a^2}{a^2 + t^2} \frac{dt}{\sqrt{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)}}. \end{array} \right.$$

On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_2 + I_3 = 3 I_1, \\ I_2 = I'_2 + I_1, \\ I_3 = I'_3 + I_1. \end{array} \right.$$

Posons encore :

$$\zeta = \frac{a}{b};$$

suivant l'allongement de l'ellipse, ce paramètre varie de 1 à l'infini.

Il vient :

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{\zeta}{a} \int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{(1+t^2)(\zeta^2+t^2)}}, \\ I'_3 = \frac{\zeta^3}{a} \int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{(1+t^2)(\zeta^2+t^2)^3}}, \\ I_3 = I'_3 + I_1, \quad I_2 = 3 I_1 - I_3. \end{array} \right.$$

Il suffit de calculer l'intégrale I'_3 , car la relation :

$$\frac{\partial \left(\frac{I_1}{\zeta} \right)}{\partial \zeta} = - \frac{\zeta}{a} \int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{(1+t^2)(\zeta^2+t^2)^3}} = - \frac{I'_3}{\zeta^2}$$

permet ensuite le calcul de I'_1 .

c) *Marche des calculs.*

Nous avons conduit les calculs de la façon suivante :

— *construction, pour différentes valeurs de ζ , des courbes :*

$$\varphi(t) = \frac{\zeta^3}{\sqrt{(1+t^2)(\zeta^2+t^2)^3}};$$

— *planimétrie, entre 0 et l'infini, des aires limitées par ces courbes :* d'où les valeurs de aI'_3 , en fonction de celles de ζ ;

— *division de ces valeurs par ζ^2 , donnant $-\frac{\partial \left(\frac{I_1}{\zeta} \right)}{\partial \zeta}$ en fonction de ζ ;*

— *enfin, planimétrie de la courbe correspondante, entre des limites convenables, pour obtenir les valeurs de $a \frac{I_1}{\zeta}$ en fonction de ζ .*

d) *Résultats.*

Le tableau I rassemble les valeurs de φ en fonction de ζ et de t . Le tableau II donne, en fonction de ζ , les valeurs de aI'_3 , de $a\frac{I'_3}{\zeta^2}$, et de aI_1 . Le tableau III rassemble les valeurs des quantités $\frac{A}{a}$, $\frac{B}{a}$, $\frac{C}{a}$, et le tableau IV celles des rapports $\frac{K_2}{K_3}$, $\frac{K_1}{K_3}$, $\frac{K_1}{K_2}$.

TABLEAU I

$\zeta \backslash t$	0	0,25	0,5	1	2	4	6	10	20	40	100	200
1	1	0,91	0,64	0,25	0,04	0,005						
1,5	1	0,931	0,764	0,407	0,097	0,011						
2	1	0,948	0,817	0,506	0,158	0,022		0,0007				
3	1	0,960	0,858	0,604	0,258	0,052	0,015	0,002	0,0001			
5	1	0,967	0,880	0,667	0,360	0,115	0,043		0,0007			
10	1	0,972	0,890	0,70	0,42	0,195		0,035	0,004			
20	1		0,892		0,43				0,018	0,004		
100	1	0,98	0,894	0,707	0,45	0,24		0,098	0,047	0,02	0,003	0,0004
∞	1	0,98	0,894	0,707	0,45	0,243		0,1	0,05	0,025	0,01	0,002

TABLEAU II

ζ	1	1,5	2	3	5	10	100	∞
aI'_3	$\pi/4$	1,05	1,28	1,6	2,05	2,72	5	∞
$a\frac{I'_3}{\zeta^2}$	$\pi/4$	0,47	0,32	0,18	0,082	0,027	0,0005	0
aI_1	$\pi/2$	1,88	2,13	2,63	2,86	3,21	4,3	∞

TABLEAU III

ζ	1	1,5	2	3	5	10	100	∞
$\frac{A}{a}$	16	13,35	11,79	10,20	8,79	7,83	6,6	0
$\frac{B}{a}$	10,67	9,26	8,41	7,56	6,85	6,79	6,2	0
$\frac{C}{a}$	10,67	8,57	7,38	6,19	5,12	4,24	3,5	0

TABLEAU IV

ζ	1	1,5	2	3	5	10	100	∞
$\frac{K_2}{K_3}$	1	1,08	1,14	1,22	1,33	1,6	1,75	2
$\frac{K_1}{K_3}$	1,5	1,56	1,6	1,65	1,72	1,85	1,92	2
$\frac{K_1}{K_2}$	1,5	1,44	1,4	1,35	1,28	1,15	1,08	1

e) *Remarques.*

Quel que soit l'allongement de l'ellipse, le coefficient qui correspond à un déplacement normal au plan de la particule est toujours le plus grand. M. MOREAU démontre qu'il en est de même pour *toute lamelle mince*.

Pour une particule d'allongement quelconque, *le rapport entre les coefficients extrêmes est toujours inférieur à 2.*

Pour $\zeta = 1$, on retrouve les valeurs correspondant à la lamelle circulaire.

3. — Influence de l'épaisseur.

Caractérisons une particule mince par le rapport $\frac{e}{d}$, e désignant son épaisseur et d sa plus grande dimension; cherchons comment varient les coefficients d'entraînement, quand l'épaisseur e , d'abord infiniment petite, croît progressivement, *tout en demeurant faible devant d* . M. MOREAU établit que le coefficient K_1 (déplacement normal au plan de la lamelle) n'est affecté que d'un terme correctif du second ordre en $\frac{e}{d}$; les autres coefficients s'accroissent d'une quantité de l'ordre de $\frac{e}{d}$; les rapports des coefficients extrêmes tendent à se rapprocher de l'unité.

4. — Ellipsoïdes, aiguilles.

M. MOREAU a étudié les corpuscules ellipsoïdaux; il applique le terme de *particules aciculaires* à de petits ellipsoïdes de révolution, d'allongement très grand.

Dans tous les cas, les coefficients principaux restent *du même ordre de grandeur* que précédemment; le rapport entre leurs extrêmes est toujours inférieur à 2, et cette valeur n'est atteinte que pour des formes exceptionnelles (allongement infini). Des résultats analogues ont été récemment énoncés par M. PERSOZ et M^{me} BOÏDO [8].

Il semble donc probable, bien que le fait n'ait pas été démontré dans le cas général, que les coefficients principaux d'entraînement d'une petite particule de forme quelconque soient tous les trois du même ordre de grandeur; leur rapport resterait inférieur à 2, et aurait même des valeurs nettement plus favorables pour les lamelles réelles, d'épaisseur non nulle et d'allongement modéré.

Or, la plupart des problèmes qui se rattachent à la chronophotographie reviennent à déterminer, soit *l'erreur maximum qu'on a pu commettre en visualisant un certain écoulement avec une certaine poudre*, soit *la finesse minimum des poudres à utiliser pour obtenir une fidélité suffisante*. On conçoit donc, dès maintenant, et les considérations ultérieures préciseront cette idée, qu'il puisse être légitime de caractériser chaque particule par un seul coefficient K, compris entre les coefficients principaux extrêmes, faisant ainsi abstraction de l'influence de l'orientation du déplacement relatif $\vec{V}_{FP}$, *a priori* inconnue.

Il est alors nécessaire de connaître l'ordre de grandeur de ce coefficient K, pour les poudres usuelles du commerce, et surtout de pouvoir obtenir des particules dont le coefficient d'entraînement soit au moins égal à une valeur donnée K_0 .

5. — Valeurs numériques du coefficient d'entraînement.

a) Calcul théorique.

Nous savons calculer les coefficients des particules minces, à contour circulaire ou elliptique. En fait, les lamelles d'aluminium du commerce sont minces, mais de contour complexe (*fig. 1 à 4*) (1). Pour chaque catégorie de poudres, on ne connaît que très approximativement la valeur des dimensions maxima (2). Par suite, le calcul donnera seulement un ordre de grandeur.

Soit, par exemple, une lamelle d'aluminium quasi-circulaire, dont la plus grande dimension est $d = 4$ microns et l'épaisseur $e = 1$ micron. Rappelons les formules (22) :

— coefficient maximum :

$$K_1 = \frac{8 d \mu}{m};$$

(1) Ces figures sont dans le chapitre premier.

(2) Chapitre premier.

— coefficient minimum :

$$K_3 = 5,33 \frac{d \mu}{m};$$

— coefficient moyen :

$$K \neq 6,6 \frac{d \mu}{m}.$$

Ici :

$$m \neq \frac{\pi d^2 e \rho}{4},$$

avec, en C.G.S. :

$$\begin{aligned} d &= 4 \cdot 10^{-4}, & \mu &= 0,17 \cdot 10^{-3}, \\ c &= 10^{-4}, & \rho &= 2,7. \end{aligned}$$

On en tire :

$$K \neq 15\,000.$$

Cette valeur correspond sensiblement à une poudre « Lo bis », dont une sélection peu poussée a éliminé les plus gros éléments.

b) *Méthode de mesure.*

Pour connaître le coefficient K relatif à une particule P , il suffit en principe de mesurer sa vitesse de chute c en air calme.

On peut écrire, en effet, g étant l'accélération de la pesanteur :

$$g = Kc,$$

et, par suite :

$$(30) \quad K = \frac{g}{c}.$$

Mais, portant sur une seule particule, l'expérience présenterait peu d'intérêt; d'autre part, si l'on cherche à évaluer la *vitesse moyenne* de chute, pour une poudre rendue relativement homogène par des tamisages préalables, on se heurte à deux difficultés principales :

α) *Courants de convection.* — Pour suivre le mouvement, il y a nécessité d'éclairer. Or, tout envoi de lumière sur la région où se trouve la suspension entraîne immédiatement la production de courants de convection, qui modifient complètement la structure du phénomène;

β) *Chute en masse.* — Il est très difficile d'éviter la « chute en masse » (fig. 18). Si l'on réussit aisément à émettre des particules, en faible densité, dans une veine fluide en mouvement, il est, par contre, à peu près inévitable que les lamelles ne restent, soit



Fig. 18. — Chute en masse

agglomérées, soit du moins *très voisines* les unes *des autres*, quand on les laisse tomber sans vitesse initiale; elles présentent alors le phénomène de « chute en masse ».

« Si un nuage de fine poussière contient tant de particules que la masse du pied cube est sensiblement plus grande que celle du pied cube d'air pur, l'air chargé de poussière descend en masse sous l'air pur, comme ferait un fluide de plus grande densité. » ⁽¹⁾

Nous avons tourné la difficulté grâce au sélecteur précédemment décrit ⁽²⁾.

c) *Mesure du coefficient K. Obtention de particules à coefficient supérieur à une valeur donnée K₀.*

Nous avons vu que les lamelles recueillies à la sortie de la colonne du sélecteur ont un coefficient supérieur à la valeur :

$$(31) \quad K_0 = \frac{g}{c_0};$$

c_0 désigne la vitesse générale du courant d'air et représente également la vitesse limite de chute des plus grosses particules recueillies. On peut, par conséquent, en agissant sur cette vitesse c_0 , obtenir des poudres dont le coefficient est au moins égal à une valeur quelconque, fixée à l'avance.

Le tableau V fixe les valeurs numériques correspondant à différentes expériences.

TABEAU V

DÉSIGNATION de la POUDRE INTRODUITE	VITESSE en CM/SEC	OBSERVATIONS	COEFFICIENT K ₀	PRODUIT DIAMÈTRE × ÉPAISSEUR exprimés en microns d'une particule circulaire de même coefficient
Paillettes fines (Tréfileries du Havre)	1,9	Passé en quasi totalité, sauf quel- ques grains anor- malement gros.	500	130
B.P. 140 (Aluminium Français)	0,4	Même observation.	2 500	25
Lo bis (Aluminium Français)	0,08	Même observation.	12 000	5
Lo bis	0,03	1/25 environ passé.	30 000	1,8
Lo bis	0,02	1/100 environ passé.	50 000	1,1

(1) MAXWELL, *Chaleur* (cité par BOUASSE, *Hydrodynamique Générale*, p. 400).

(2) Chapitre premier.

REMARQUES. — 1° Le coefficient K relatif à la catégorie « Grosses paillettes », obtenue en prélevant les plus gros éléments des « Fines paillettes », varie entre 100 et 200;

2° les particules non entraînées, qui se rassemblent à la base de la colonne, ont un coefficient inférieur à la valeur K_0 . En disposant en série deux colonnes de sections inégales, de telle sorte que les vitesses générales y soient respectivement c_0 et $c'_0 < c_0$, on obtient, à la base de la seconde colonne, une poudre de coefficient compris entre :

$$K_0 = \frac{g}{c_0} \quad \text{et} \quad K'_0 = \frac{g}{c'_0}.$$

Mais en fait, la connaissance de la limite inférieure K_0 suffit à toutes les applications courantes.

d) *Précision avec laquelle est connu le coefficient d'entraînement effectif.*

La diversité de formes et de grandeurs des lamelles utilisées en chronophotographie, l'incertitude portant sur l'orientation de chacune d'elles, interdisent évidemment d'exprimer la fidélité d'une visualisation autrement que par une inégalité, représentant la limite de l'erreur qu'on a pu commettre. Cependant, les incertitudes qui pèsent dès le départ sur les calculs relatifs à une particule déterminée, s'atténuent rapidement dès qu'on utilise une poudre, composée d'un grand nombre de lamelles. Pour bien montrer le mécanisme de cette compensation statistique, nous allons étudier les conséquences qui peuvent résulter des erreurs commises sur la détermination du coefficient minimum K_0 d'une poudre sélectionnée.

α) *Position du problème* — De la vitesse moyenne c_0 de l'air dans la colonne, nous avons déduit une limite inférieure K_0 du coefficient moyen d'entraînement des lamelles obtenues. Nos calculs ultérieurs porteront, par suite, sur cette valeur K_0 .

Mais, ne peut-il y avoir, dans la poudre recueillie, un certain nombre de particules qui, utilisées en visualisation, se comporteront comme ayant un coefficient d'entraînement inférieur à K_0 ? Quelle est la proportion de ces particules ? Quelles conséquences peut-il en résulter ?

Il est certain qu'il existe de telles particules, car la vitesse d'un courant d'air dans un tube n'est pas rigoureusement uniforme : elle est maximum vers l'axe; de plus, à l'utilisation, certaines lamelles pourront s'orienter de telle sorte que leur coefficient d'entraînement effectif soit inférieur à leur coefficient moyen.

β) *Maximum de l'erreur.* — Plaçons-nous dans le cas le plus défavorable : soit une particule elliptique très allongée $\left(\frac{K_1}{K_2} = 2\right)$ qui, au cours de son ascension dans la colonne, demeure au voisinage de l'axe, et se présente de manière à subir l'entraînement maximum (coefficient K_1). Supposons que cette lamelle soit la plus grosse qui, dans ces conditions, puisse être entraînée par le courant. On a donc, c_m étant la vitesse axiale de l'air :

$$K_1 = \frac{g}{c_m}.$$

De même, supposons qu'à l'emploi, elle s'oriente de manière à subir l'entraînement *minimum* (coefficient K_2). Les calculs de fidélité concernant cette particule devraient partir de ce coefficient K_2 , et non de la valeur moyenne K_0 trouvée :

$$K_0 = \frac{g}{c_0}.$$

Évaluons l'erreur :

$$(32) \quad \frac{K_0}{K_2} = \frac{K_0}{K_1} \frac{K_1}{K_2} = \frac{c_m}{c_0} \frac{K_1}{K_2}.$$

Or, $\frac{K_1}{K_2}$ ne peut dépasser 2; $\frac{c_m}{c_0}$ pourrait atteindre la même valeur, si l'on supposait l'écoulement de l'air absolument laminaire (1). Toutefois, une légère turbulence est inévitable, et l'on sait qu'alors la répartition des vitesses devient beaucoup plus favorable.

En fait, $\frac{K_0}{K_2}$ semble, tout au plus, pouvoir atteindre la valeur 3.

γ) *Proportion des particules affectées d'une erreur sensible.* — La limite d'erreur que nous venons de calculer peut encore paraître considérable, mais cherchons à évaluer la proportion des particules susceptibles d'en être affectées.

Pour que soit commise une erreur voisine du maximum calculé, il faut :

1° que la particule considérée se présente dans le sélecteur avec son coefficient maximum, et conserve constamment cette orientation;

2° qu'elle soit exactement à la limite d'entraînement par le courant;

3° qu'elle demeure constamment vers l'axe du tube sélecteur;

4° qu'elle s'oriente suivant un coefficient minimum dans l'écoulement à visualiser;

5° que le rapport entre ses coefficients extrêmes soit maximum (particule très allongée).

La probabilité de réalisation de l'une de ces conditions pour une particule donnée est déjà faible; par suite, la probabilité de réalisation simultanée, même approximative, de trois conditions par exemple, est presque nulle. La quasi totalité des lamelles restera donc très loin des circonstances d'apparition de l'erreur maximum qui postule la réunion des cinq conditions. D'ailleurs, une compensation réciproque des erreurs dues aux cinq causes énoncées est possible, et même statistiquement très probable. Pour toutes ces raisons, l'écart entre la valeur mesurée K_0 et le coefficient d'entraînement effectif sera pratiquement toujours assez petit pour qu'il soit légitime de conduire les calculs de fidélité à partir de la valeur K_0 .

(1) Voir par exemple *Handbuch der Physikalischen und Technischen Mechanik*, t. 5, p. 163 (Ed. Johann Barth., Leipzig, 1931).

8) *Circonstances favorables à la précision.* — Trois remarques viennent d'ailleurs confirmer le point de vue précédent :

1° quand on calcule une poudre en vue d'une visualisation, on détermine sa finesse d'après les régions *les plus difficiles à visualiser* (trajectoires à fortes courbures et à grandes accélérations). Nous verrons que ces régions sont en général de faible étendue. Par conséquent, alors même que la poudre utilisée contiendrait quelques particules à coefficient erroné, cela n'entraînerait d'inconvénient que *si, au moment de la photographie, elles se trouvaient précisément dans l'une de ces régions*;

2° la trajectoire d'une lamelle anormalement grosse est immédiatement reconnaissable sur un cliché, car *elle ne s'intercale pas dans le réseau des trajectoires voisines*;

3° enfin, il reste loisible de prendre des particules un peu plus fines qu'il ne serait strictement nécessaire.

Aussi, malgré quelques indéterminations de détail, pourra-t-on pratiquement considérer comme rigoureuses les formules que nous avons établies.

FIDÉLITÉ D'UNE VISUALISATION

Au début de ce chapitre, nous avons caractérisé numériquement, en chaque point, la fidélité d'une visualisation en définissant deux paramètres : α , angle des trajectoires du fluide virtuel et de la particule P ; λ , quotient de la vitesse relative de P, par sa vitesse absolue.

Nous avons abouti aux relations suivantes :

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 - \lambda) \sin \alpha = \frac{1}{K} \frac{V}{R}, \\ (1 - \lambda) \cos \alpha = 1 + \frac{1}{K} \frac{dV}{ds}, \end{array} \right.$$

où les grandeurs V , R et $\frac{dV}{ds}$ sont relatives à la trajectoire particulière.

Souvent l'on sait *a priori* que les paramètres α et λ sont petits, et l'on peut utiliser les formules simplifiées :

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{K} \frac{V}{R}, \\ \lambda = - \frac{1}{K} \frac{dV}{ds}. \end{array} \right.$$

Notons que les grandeurs $\frac{V}{R}$ et $\frac{dV}{ds}$, comme le coefficient K , ont pour dimension l'inverse d'un temps; on peut donc les évaluer indifféremment dans l'un quelconque des systèmes usuels d'unités, qui, tous, admettent la seconde pour unité de temps.

1. — Application des formules fondamentales.

Les relations (20) et (33) sont susceptibles de deux applications essentielles :

a) Évaluation de la qualité d'un cliché.

Étant donné un cliché chronophotographique, supposons connue, pour l'ensemble des particules en suspension, une limite *inférieure* K_0 du coefficient d'entraînement. Il est possible de mesurer, sur la photographie, les grandeurs V , R et $\frac{dV}{ds}$. Les relations fondamentales donnent alors en chaque point une limite *supérieure* des coefficients α et λ : par conséquent, on peut juger si le cliché, qui représente les trajectoires particulières, visualise correctement le champ aérodynamique, *sans qu'il soit besoin d'avoir aucun renseignement a priori sur la configuration réelle de ce champ*.

b) Choix des poudres à utiliser.

Il se peut que l'on ait certaines connaissances sur la structure de l'écoulement à explorer : c'est le cas, par exemple, pour un champ aérodynamique calculable, ou pour l'étude en soufflerie d'un écoulement déjà visualisé en tunnel hydrodynamique. On connaît alors l'ordre de grandeur des éléments cinématiques $\left(\frac{V}{R}\right)_{SF}$ et $\left(\frac{dV}{ds}\right)_{SF}$, relatifs cette fois aux trajectoires du fluide, et l'on se propose de déterminer les poudres qu'il convient d'utiliser, pour que les paramètres α et λ ne dépassent pas certaines valeurs fixées à l'avance et, bien entendu, toujours petites.

Par hypothèse même, si l'on obtient une bonne visualisation, les trajectoires et vitesses des particules solides seront peu différentes de celles des éléments fluides correspondants; on conçoit donc aisément qu'il soit légitime, l'état de régime une fois atteint, d'appliquer encore les formules (20) ou (33) en y remplaçant $\left(\frac{V}{R}\right)_{SP}$ par $\left(\frac{V}{R}\right)_{SF}$ et $\left(\frac{dV}{ds}\right)_{SP}$ par $\left(\frac{dV}{ds}\right)_{SF}$. M. MOREAU a d'ailleurs démontré rigoureusement cette possibilité, moyennant quelques conditions mathématiques peu restrictives. Les relations (20) ou (33) donnent alors une *limite inférieure* de K , qui détermine le choix de la poudre à employer.

c) Mode d'application.

Il faut remarquer que ces divers calculs doivent théoriquement être répétés en de nombreux points de l'écoulement, en vue d'assurer une bonne visualisation de tout le champ. En pratique, cependant, l'expérimentateur exercé verra immédiatement quelles régions se prêtent le moins à la visualisation (trajectoires à fortes courbures, à grandes accélérations); il lui suffira d'effectuer les calculs pour ces régions. D'autre part, il sera souvent guidé par des lois de similitude ou d'analogie, dont nous parlerons bientôt.

Il arrive encore que l'on connaisse *a priori* les *maxima* des grandeurs $\frac{V}{R}$ et $\frac{dV}{ds}$; il suffit alors de faire le calcul correspondant. Nous en verrons un exemple à la fin de ce chapitre.

Les calculs sont d'ailleurs extrêmement rapides, surtout dans le domaine d'application des formules (33).

2. — Discussion des relations fondamentales.

a) Évaluation de la fidélité d'un cliché.

Nous venons de dire que la mesure de $\frac{V}{R}$ et de $\frac{dV}{ds}$ en un point du cliché, jointe à la connaissance d'une limite inférieure K_0 du coefficient d'entraînement, permettait de calculer des limites supérieures α_0 et λ_0 , pour les paramètres α et λ relatifs au point considéré. Cette proposition est évidente quand on utilise les formules (33), mais il peut arriver que les valeurs α_0 et λ_0 trouvées par ces formules ne soient pas très petites : on en conclut que la visualisation est défectueuse et, le plus souvent, on la recommence à l'aide de poudres plus fines; mais l'on peut également évaluer, à partir des relations (20), les maxima de α et de λ .

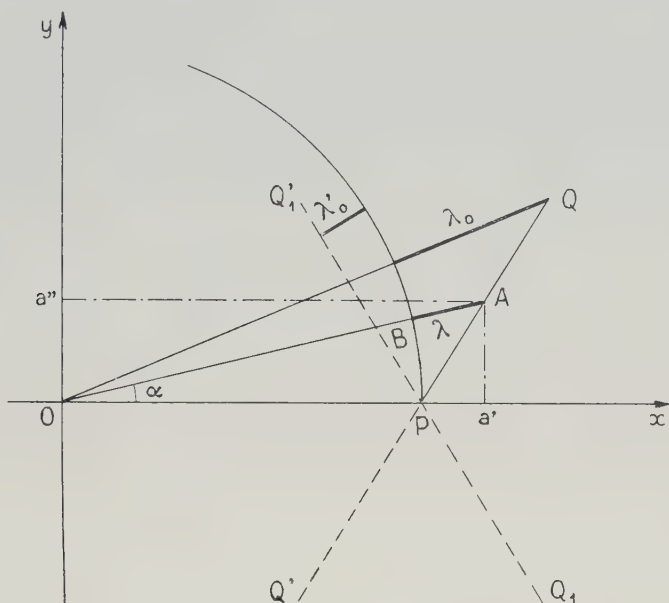


Fig. 19. — Discussion graphique des relations de fidélité

Discutons ces relations par une méthode graphique, et montrons qu'il est toujours possible d'en tirer des limites supérieures pour α et λ .

α) Représentation graphique. — Partons de :

$$(20) \quad \begin{cases} (1 - \lambda) \sin \alpha = \frac{1}{K} \frac{V}{R}, \\ (1 - \lambda) \cos \alpha = 1 + \frac{1}{K} \frac{dV}{ds}, \end{cases}$$

et considérons, dans un système d'axes XOY (*fig. 19*), un vecteur $\vec{OA}$, d'argument α et de module $1 - \lambda$. Projetons-le sur les axes :

$$\begin{cases} Oa' = (1 - \lambda) \cos \alpha, \\ Oa'' = (1 - \lambda) \sin \alpha. \end{cases}$$

Posons :

$$\frac{V}{R} = E, \quad \frac{dV}{ds} = F.$$

Les équations (20) expriment que le point A est situé sur la droite d'équations paramétriques en K :

$$\begin{cases} X = 1 + \frac{F}{K}, \\ Y = \frac{E}{K}, \end{cases}$$

ou :

$$(34) \quad X = 1 + \frac{F}{E} Y.$$

Soient P et Q les points de coordonnées respectives :

$$P \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \quad Q \begin{cases} 1 + \frac{F}{K_0} \\ \frac{E}{K_0} \end{cases}.$$

L'inégalité $K \geq K_0$ exprime que le point A est sur le segment PQ.

Par suite, en appelant α_0 l'argument du vecteur $O\check{Q}$, on peut affirmer :

$$|\alpha| \leq |\alpha_0|.$$

Le paramètre λ est représenté par le rapport $\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}$, B étant l'intersection de la droite OA avec le cercle de rayon unité et de centre O. Par suite :

$$|\lambda| = |\overline{AB}|.$$

$\beta)$ *Signes de E et F.* — Puisque $1 - \lambda$ reste positif (1), α a le signe de E.

Quatre cas de figure peuvent se présenter :

$$\begin{array}{lll} E > 0, & F > 0 : & A \text{ est sur } PQ; \\ E < 0, & F > 0 : & A \text{ est sur } PQ_1; \\ E < 0, & F < 0 : & A \text{ est sur } PQ'; \\ E > 0, & F < 0 : & A \text{ est sur } PQ'_1. \end{array}$$

Lorsque $F = \frac{dV}{ds}$ est positif, le maximum λ_0 de $|\lambda|$ est atteint quand A coïncide avec Q ou Q_1 . Lorsque F est négatif, il n'en va pas nécessairement de même, mais il existe toujours un maximum λ'_0 de $|\lambda|$, calculable ou mesurable sur la figure correspondante.

(1) Page 27.

On peut donc affirmer que, dans tous les cas, les formules (20) et (33) permettent le calcul de limites supérieures pour les paramètres de fidélité.

γ) *Remarque.* — L'intérêt de cette discussion est surtout théorique; le problème pratique — la visualisation est-elle correcte ? — se résout généralement de prime abord.

b) *Choix de la poudre à utiliser.*

Nous supposons connues les valeurs E et F, et nous imposons les limites supérieures $|\alpha_0|$ et $|\lambda_0|$.

En pratique, ces limites seront très petites, puisque nous voulons une bonne visualisation : les relations (33) donnent alors la limite inférieure K_0 du coefficient d'entraînement.

On pourrait montrer, comme précédemment, qu'on obtient encore cette limite inférieure à partir des formules (20), lorsque les valeurs α_0 et λ_0 cessent d'être petites.

3. — Exemples numériques.

a) *Choix d'une poudre.*

Soit un écoulement dans lequel les valeurs maxima des grandeurs $\frac{V}{R} = E$ et $\frac{dV}{ds} = F$ sont respectivement, en prenant la seconde pour unité de temps :

$$E_0 = 400, \quad F_0 = 100.$$

Ces valeurs, qui ne sont généralement pas atteintes au même point du champ, correspondent, par exemple :

— d'une part, à une ligne de courant de rayon de courbure 2 cm, parcourue à 8 m/s;

— d'autre part, à une variation de vitesse de 1 m/s par cm.

Cherchons quelle poudre il convient d'utiliser, pour que les paramètres α et λ ne dépassent nulle part les valeurs respectives :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 = 2^\circ \neq \frac{1}{30^\circ} \text{ rad,} \\ \lambda_0 = \frac{1}{100}. \end{array} \right.$$

Les relations :

$$\frac{V}{R} = K_0 \alpha \quad \text{et} \quad \frac{dV}{ds} = K_0 \lambda$$

donnent, pour les points et les poudres les plus défavorables :

$$K_0 \geq 12\,000 \quad \text{et} \quad K_0 \geq 10\,000.$$

Ces deux conditions seront vérifiées simultanément pour :

$$K_0 \geq 12\,000.$$

La poudre « Lo bis » s'impose donc pour cette expérience (1).

REMARQUE. — Un écoulement étant donné (maxima E_0 et F_0), ainsi qu'une poudre de coefficient K_0 , les écarts limites α_0 et λ_0 ne sont pas indépendants; ils vérifient la relation :

$$(35) \quad \frac{\alpha_0}{\lambda_0} = \frac{E_0}{F_0}.$$

On ne peut donc imposer *a priori* qu'une seule de ces tolérances.

Pratiquement, on fixe les deux, d'après la précision que l'on désire, mais l'on est ensuite amené à négliger, comme surabondante, l'une des deux conditions trouvées. C'est ce que nous avons fait dans l'étude de cet exemple.

b) *Limites d'utilisation d'une poudre donnée.*

Nous savons qu'une sélection extrêmement poussée permet d'obtenir des poudres caractérisées par :

$$K_0 = 50\,000.$$

Cherchons les limites E_0 et F_0 correspondantes, en imposant toujours :

$$\alpha \leq 2^\circ, \quad \lambda \leq \frac{1}{100}.$$

D'après les formules (33) :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_0 = \frac{50\,000}{30} \neq 1\,650, \\ F_0 = \frac{50\,000}{100} = 500. \end{array} \right.$$

Ainsi, cette poudre représente correctement une trajectoire de *rayon de courbure* 1 cm, parcourue à 16 m/s; elle décèle, à 1/100 près, une variation de vitesse de 5 m/s par cm.

QUELQUES CONSÉQUENCES DES ÉTUDES PRÉCÉDENTES

1. — Domaine de validité de la loi de proportionnalité : $\vec{R} = K \vec{u}$.

Nous savons (2) que cette loi reste applicable, jusqu'à un nombre de Reynolds R_p voisin de 1. Soit une particule dont la plus grande dimension est d , en suspension dans un fluide de viscosité cinématique ν :

$$\frac{u d}{\nu} < 1.$$

(1) Page 38.

(2) Page 24.

Or, pour l'air, $\nu = 0,13$ C.G.S. Par suite, on peut calculer les valeurs limites de u pour les poudres usuelles :

TABLEAU VI

POUDRES	d MAXIMUM en MICRONS	u MAXIMUM en CM/S
Grosses paillettes	300	4
Fines paillettes	50	25
B.P. 140	20	70
Lo bis	5	250
Poudre très sélectionnée	2	625

On aura une idée du vaste domaine d'application de cette loi, en remarquant qu'il s'agit là de vitesses relatives. Si, par exemple, on se place dans des conditions d'expérience telles que λ soit de l'ordre de $1/100$, elle demeure valable jusqu'aux vitesses absolues :

$$V_{sf} = 70 \text{ m/s pour la «B.P. 140»,}$$

et

$$V_{sf} = 250 \text{ m/s pour la «Lo bis» du commerce.}$$

Le domaine des expériences courantes est donc pratiquement couvert. Il peut cependant se présenter certaines exceptions, d'ailleurs en dehors des visualisations proprement dites.

En voici un exemple :

2. — Chemin parcouru par une lamelle qui passe d'une vitesse $(V_{sp})_1$ à une vitesse $(V_{sp})_2$.

a) Formule générale.

Dans un champ que, pour simplifier, nous supposons *uniforme* et de vitesse V_{sf} , se trouve une particule P animée, à un instant t_1 , d'une vitesse $(V_{sp})_1$. Cherchons le chemin qu'elle parcourra avant d'atteindre, à l'instant t_2 , une vitesse $(V_{sp})_2$, comprise entre $(V_{sp})_1$ et V_{sf} .

Si la loi de proportionnalité est applicable :

$$\vec{J}_{sp} + K (\vec{V}_{sp} - \vec{V}_{sf}) = 0,$$

d'où :

$$\frac{dV_{sp}}{ds} = -K \left(1 - \frac{V_{sf}}{V_{sp}} \right),$$

et :

$$(36) \quad ds = - \frac{V_{sp} dV}{K (V_{sp} - V_{sf})}$$

d'où, entre t_1 et t_2 :

$$(37) \quad S_1^2 = \frac{1}{K} \left(V_1 - V_2 + V_{sf} L \frac{V_{sf} - V_1}{V_{sf} - V_2} \right).$$

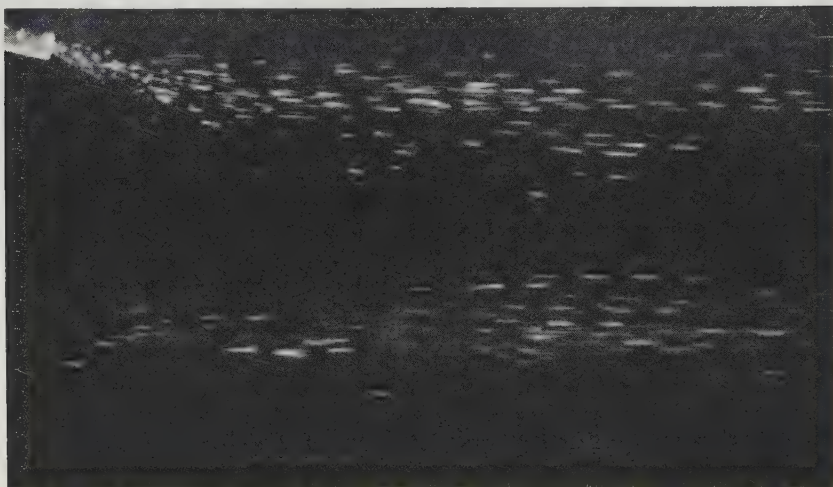


Fig. 20. — Entrainement de particules émises à faible vitesse

b) Application.

Soit une particule de coefficient K :

$$(V_{sp})_1 = 0, \quad (V_{sp})_2 = 0,99 V_{sf},$$

$$S_1^2 = \frac{V_{sf}}{K} (-0,99 + L 100) = \frac{3,6 V_{sf}}{K}.$$

Si :

$$K = 10\,000 \quad \text{et} \quad V_{sf} = 20 \text{ m/s},$$

$$S_1^2 = 7 \text{ mm}.$$

c) Remarques.

En fait, au début du mouvement, la force d'entraînement serait, dans notre exemple, *supérieure* à ce qu'indique la loi :

$$\vec{R} = -K \vec{u}.$$

Cette formule, en effet, n'est applicable que jusqu'à $u = 2,5$ m/s, pour une particule de coefficient voisin de 10 000 (1) : le parcours S_1^2 serait donc, en réalité, encore inférieur aux 7 mm calculés. Aussi n'est-il pas nécessaire, de ce point de vue, de placer les émetteurs de poudres loin à l'amont de la zone explorée; si une certaine distance doit être ménagée, c'est surtout pour permettre l'atténuation de la perturbation causée par la présence de ces émetteurs.

La figure 20 représente l'émission d'une sonde, à vitesse de sortie quasi-nulle. On voit que les particules atteignent rapidement la vitesse générale V_{sf} du courant. Si leur parcours est pourtant supérieur à celui qu'indiquerait le calcul, c'est probablement à cause de la perturbation créée par la sonde : à la sortie, les lamelles se trouvent dans un champ dont la vitesse moyenne est inférieure à V_{sf} .

3. — Comparaison des coefficients d'entraînement d'une lamelle circulaire et d'un corpuscule sphérique.

Considérons un disque et une sphère, de même masse spécifique ρ et de même diamètre d . Soit e l'épaisseur du disque. Calculons leurs coefficients respectifs K_d et K_s .

Disque (formule de M. MOREAU).

Adoptons la valeur moyenne (2) :

$$K_d = \sqrt{K_1 K_2};$$

il vient :

$$K_d = \frac{6,7 d \mu}{m} = \frac{4 \cdot 6,7 \mu}{\pi d e \rho}.$$

Sphère (formule de Stokes) :

$$K_s = \frac{9 d \mu}{m'} = \frac{54 \mu}{\pi d^2 \rho};$$

μ est la viscosité du fluide, m et m' les masses des deux corpuscules.

Par conséquent :

$$(38) \quad \frac{K_d}{K_s} \neq \frac{1}{2} \frac{d}{e}.$$

Les lamelles sont mieux entraînées, dès que $\frac{d}{e}$ dépasse 2. Or, c'est le cas le plus fréquent : pour les particules très fines, on peut admettre que ce rapport est supérieur à 3; pour les grosses ($d > 20 \mu$), il dépasse le plus souvent 10, et le coefficient de la lamelle vaut alors cinq fois celui de la sphère.

Voici l'origine de cette supériorité : en passant de la sphère à la lamelle, la masse diminue beaucoup, alors que la force d'entraînement reste de même ordre.

(1) Tableaux V et VI.

(2) Page 30.

4. — Similitude des écoulements à suspension.

a) Premier point de vue.

M. BRUN et ses collaborateurs [12] ont traité le problème de la manière suivante :

Supposons que la poudre en suspension soit composée de corpuscules tous identiques, et faisons varier les caractéristiques d'un écoulement donné, de telle sorte que :

- la vitesse générale V_0 de l'écoulement soit multipliée par U ;
- les dimensions D des obstacles soient multipliées par L ;
- les dimensions d des corpuscules soient multipliées par l ;
- la masse spécifique ρ' du fluide soit multipliée par σ' ;
- la masse spécifique ρ des corpuscules soit multipliée par σ ;
- la viscosité μ du fluide soit multipliée par M ;
- la viscosité cinématique ν du fluide soit multipliée par $N = \frac{M}{\sigma'}$.

Il peut arriver que ces modifications laissent semblable à lui-même le réseau des trajectoires particulières et des lignes de courant du fluide : ce résultat implique certaines relations entre les multiplicateurs.

En partant de l'équation fondamentale (13) on obtient :

$$(39) \quad \sigma = \sigma', \quad L = l, \quad \frac{LU}{N} = 1.$$

La dernière relation, qui s'écrit encore :

$$\frac{VD}{\nu} = \text{Const},$$

n'est autre que la condition de similitude du réseau des lignes de courant.

b) Conditions de similitude pour une égale fidélité.

Partons d'un point de vue un peu différent. Nous savons que, dans notre domaine d'études, la fidélité d'une visualisation chronophotographique est régie par les équations (20) ou (33). Cherchons les conditions à réaliser *pour obtenir une égale fidélité entre deux écoulements*, liés l'un à l'autre par les multiplicateurs indiqués.

Les quatre relations (20) et (33) étant de mêmes dimensions, il suffit de raisonner sur :

$$\frac{V}{R} = K \propto A \propto \frac{d\mu}{m} = B \propto \frac{\mu}{\rho d^2},$$

A et B étant certains coefficients numériques. D'où la relation de similitude :

$$(40) \quad \frac{U}{L} = \frac{M}{\sigma l^2},$$

à laquelle il faut évidemment adjoindre la condition de similitude de l'écoulement virtuel :

$$\frac{UL}{N} = 1.$$

c) *Cas particuliers.*

Si l'on utilise le même fluide et des particules de même masse spécifique, les relations deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_0 d^2}{D} = \text{Const}, \\ V_0 D = \text{Const}, \end{array} \right.$$

ou :

$$(41) \quad \left\{ \begin{array}{l} V_0 D = \text{Const}, \\ \frac{D}{d} = \text{Const}. \end{array} \right.$$

En certains cas, d'ailleurs, par exemple quand on demeure très au-dessous du nombre de Reynolds critique correspondant à l'obstacle, le réseau des lignes de courant est pratiquement indépendant de ce nombre de Reynolds. Dans ces conditions, on peut espérer une égale fidélité, pour des écoulements vérifiant la seule relation :

$$(42) \quad \frac{V_0 d^2}{D} = \text{Const} \quad \text{ou} \quad \frac{V_0}{KD} = \text{Const}.$$

Nous rappelons les notations :

V_0 : vitesse du courant général;

d : dimension caractéristique de la particule;

D : dimension caractéristique de l'obstacle;

K : coefficient d'entraînement.

On en déduit, en particulier, que la visualisation s'améliore :

— en prenant des particules plus petites;

— en réduisant la vitesse de la veine;

— en accroissant l'échelle de la maquette.

VISUALISATION DE L'ÉCOULEMENT DE LAPLACE ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

On sait que les lignes de courant théoriques, autour d'un cylindre de révolution indéfini, placé dans un courant uniforme normal à son axe, sont représentées, dans un plan de section droite, par la relation :

$$(43) \quad V_0 Y \left(1 - \frac{R_0^2}{X^2 + Y^2} \right) = \psi_0,$$

avec les conventions suivantes :

Le centre du système de référence XOY est sur l'axe du cylindre, dont R_0 désigne le rayon; OX est parallèle à la vitesse générale V_0 , et de sens contraire.

ψ_0 garde alors une valeur constante sur une même ligne de courant.

Nous nous proposons d'abord de déterminer, par voie théorique, la *fidélité* de la visualisation d'un tel écoulement, en fonction de V_0 , de R_0 et du coefficient de poudre K_0 ; les résultats obtenus feront ensuite l'objet d'une vérification expérimentale.

1. — Généralités.

a) *Légitimité de la formule (43).*

C'est évidemment le contrôle expérimental qui constitue le principal intérêt de cette étude; or, toute tentative de vérification directe suppose que les lignes de courant réelles se confondent avec le réseau théorique (43). Depuis longtemps, on sait que cette coïncidence est réalisée pour les très faibles valeurs du nombre de Reynolds :

$$R_0 = \frac{2 V_0 R_0}{\nu}.$$

On sait également que, pour des valeurs moins petites de R_0 , la représentation est encore bonne à l'amont de l'obstacle; par contre, à l'aval, où règne un sillage, la théorie n'a plus rien de commun avec la réalité. *Nous considérerons donc seulement la région amont, limitée à un angle de 45° de chaque côté de OX.*

Malgré cette restriction, la gamme relativement étendue des vitesses et rayons que nous utiliserons ne nous permet pas d'affirmer *a priori* que les lignes de courant réelles correspondent à l'équation (43); par suite, une *discordance* entre le réseau particulière et le réseau théorique offrirait deux interprétations : ou bien *les particules suivent mal les lignes de courant réelles*, ou bien *ces dernières ne coïncident pas avec les lignes théoriques*. Par contre, si les trajectoires particulières se confondent avec le réseau (43), nous en tirons une double conclusion : *les lignes de courant réelles coïncident avec les lignes théoriques, et les particules suivent bien*. En fait, l'ambiguïté d'interprétation fut aisément levée dans la plupart de nos expériences : quand nous observions une divergence, il suffisait d'utiliser des particules plus fines pour la voir disparaître; on en concluait que la poudre utilisée d'abord était trop grosse.

b) *Construction du réseau théorique.*

On connaît plusieurs méthodes de construction des lignes de Laplace; M. MOREAU en a récemment proposé une nouvelle, que nous avons adoptée à cause de sa simplicité. Voici l'exposé de cette construction :

α) *Relations fondamentales.* — Écrivons l'équation (43) sous la forme :

$$(44) \quad \rho \sin \theta \left(1 - \frac{R_0^2}{\rho^2} \right) = \psi,$$

en posant :

$$X = \rho \cos \theta, \quad Y = \rho \sin \theta, \quad \psi = \frac{\psi_0}{V_0};$$

ρ et θ sont donc les coordonnées polaires d'un point M (X, Y) de la ligne de courant ψ .

Ordonnons en ρ :

$$\rho^2 \sin \theta - \rho \psi - R_0^2 \sin \theta = 0.$$

Ainsi, ψ étant fixé, à chaque valeur de θ correspondent deux points M_1, M_2 , tels que :

$$(45) \quad \begin{cases} \rho_1 \rho_2 = -R_0^2, \\ \rho_1 + \rho_2 = \frac{\psi}{\sin \theta}. \end{cases}$$

Nous supposons :

$$\rho_1 > \rho_2.$$

Revenons aux ordonnées :

$$(46) \quad Y_1 + Y_2 = \psi.$$

β) *Points de base.* — Considérons les points m_1 et m_2 , d'angle polaire $\frac{\pi}{2}$; leur milieu m_0 a pour ordonnée $\frac{\psi}{2}$. En outre, d'après la relation (45), m_1, m_2, M_1, M_2 sont sur un même cercle, dont le centre est évidemment le milieu C de $M_1 M_2$.

γ) *Construction.* — Soit à construire la ligne de courant ψ . Traçons d'abord la droite D, d'équation $Y = \frac{\psi}{2}$ (fig. 21). Le point m_1 s'obtient à partir de (44) :

$$Om_1 = \rho_1 = \frac{\psi}{2} + \sqrt{R_0^2 + \frac{\psi^2}{4}} = Om_0 + m_0 I.$$

Soit alors une direction O Δ, d'angle polaire θ , coupant en C la droite D : le point cherché M_1 est sur Δ, et $CM_1 = Cm_1$.

REMARQUE. — Le point M_2 est intérieur au cylindre et ne présente pas d'intérêt pour cette étude.

c) *Forme définitive de l'équation du réseau théorique.*

Dans ce qui suit, nous posons :

$$(47) \quad \frac{\rho}{R_0} = u \quad \text{et} \quad \frac{\psi_0}{R_0 V_0} = \psi'.$$

L'équation (44) prend donc la forme :

$$(48) \quad u \sin \theta \left(1 - \frac{1}{u^2} \right) = \psi'.$$

Cette transformation revient à prendre le rayon du cylindre pour unité de longueur et la vitesse à l'infini pour unité de vitesse. Chaque point du champ se trouve défini par ses coordonnées polaires u et θ .

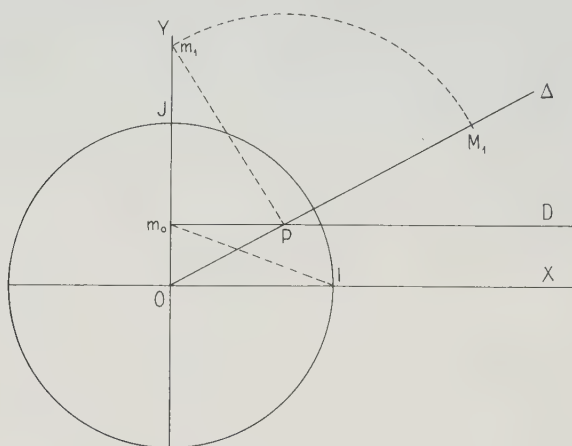


Fig. 21. — Écoulement de Laplace : construction des lignes de courant

2. — **Calcul des grandeurs E et F.**

Comme nous l'avons vu, la détermination des grandeurs :

$$E = \frac{V}{R} \quad \text{et} \quad F = \frac{dV}{ds}$$

est à la base de tout calcul de visualisation. A partir de la formule (48), nous avons effectué cette détermination, dont voici le résultat :

a) *Paramètre E.*

Le paramètre E, relatif au champ théorique, est donné par la relation :

$$(49) \quad E = \frac{V}{R} = \frac{2 V_0}{R_0} \frac{\sin \theta}{u^3} \frac{1 + 2 u^2 - 3 u^4 + 4 u^4 \sin^2 \theta}{(1 - u^2)^2 + 4 u^2 \sin^2 \theta}.$$

Le lieu des inflexions des différentes lignes de courant a pour équation :

$$(50) \quad \sin^2 \theta = \frac{3 u^4 - 2 u^2 - 1}{4 u^4}.$$

b) *Paramètre F.*

On obtient de même :

$$(51) \quad F = \frac{dV}{ds} = \frac{2 V_0}{R_0} \frac{\cos \theta}{u^3} \frac{1 - 2 u^2 - 3 u^4 + 4 u^4 \cos^2 \theta}{(1 + u^2)^2 - 4 u^2 \cos^2 \theta}.$$

Le lieu des points où la vitesse est stationnaire a pour équation :

$$(52) \quad \cos^2 \theta = \frac{3 u^4 + 2 u^2 - 1}{4 u^4}.$$

c) *Vitesse.*

Nous avons également calculé la vitesse V :

$$(53) \quad V^2 = V_0^2 \left(1 + \frac{1}{u^4} - \frac{2}{u^2} \cos 2 \theta \right).$$

3. — Discussion et représentation des résultats.

a) *Paramètre E.*

La discussion de la relation (41) montre que E *reste constamment inférieur* à :

$$E_0 = \frac{2 V_0}{R_0}.$$

Ce maximum est atteint en quatre points du champ : le point d'arrêt amont I, le point de vitesse maximum J, et les points diamétralement opposés; seul le point I se trouve dans le domaine qui nous intéresse.

La *figure 22* résume la discussion. Les nombres N' qu'elle indique sont tels que :

$$N' = -100 \frac{E_0}{\frac{V_0}{R_0}}.$$

Cette valeur a été adoptée pour des raisons de commodité graphique.

Nous avons tracé les courbes de niveau :

$$E = \text{Const.}$$

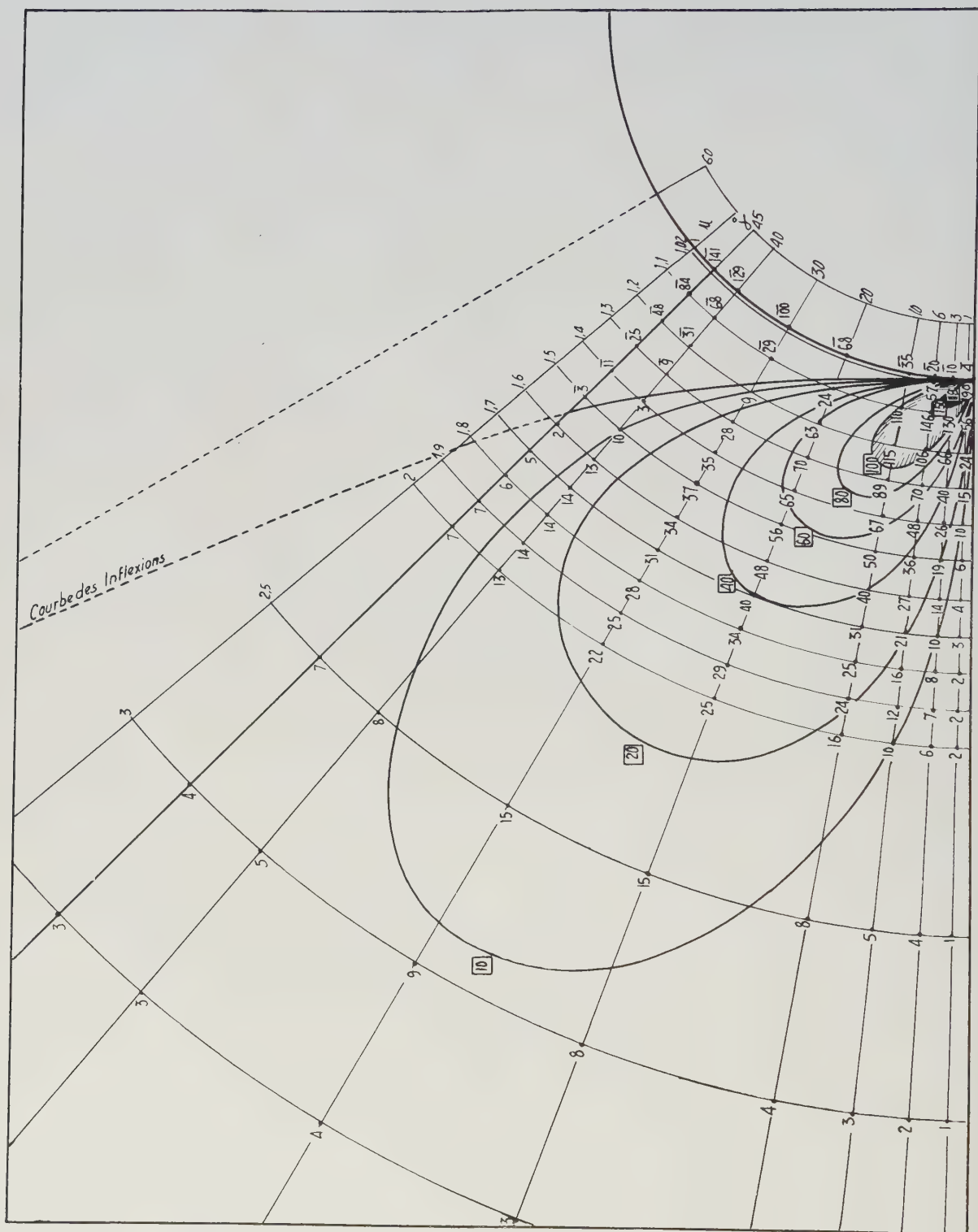


Fig. 22. — Écoulement de Laplace : variation du paramètre E

La pente des tangentes en I à ces courbes est :

$$(54) \quad P = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{N'}{200}\right)^2}}{\frac{N'}{200}}.$$

On notera la faible étendue de la région hachurée, qui correspond à :

$$E > \frac{V_0}{R_0}.$$

Le lieu des inflexions est également représenté. De part et d'autre de cette courbe, les rayons de courbure, et par suite les paramètres E, sont de signes différents.

b) Paramètre F.

La discussion de la relation (51) montre que F reste constamment inférieur à :

$$F_0 = \frac{2 V_0}{R_0}.$$

Ce maximum est atteint en deux points du champ : le point d'arrêt I et le point diamétralement opposé; seul le premier nous intéresse.

La figure 23 résume la discussion. Les nombres N'' qu'elle indique sont tels que :

$$N'' = 100 \frac{F_0}{\frac{V_0}{R_0}}.$$

Nous avons tracé les courbes de niveau :

$$F = \text{Const.}$$

La pente des tangentes en I à ces courbes est :

$$(55) \quad P' = \frac{\sqrt{1 + \frac{N''}{200}}}{1 - \frac{N''}{200}}.$$

On notera que la région hachurée, correspondant à :

$$F_0 > \frac{V_0}{R_0},$$

demeure de faible étendue, tout en étant un peu plus vaste que son homologue de la figure 22.

Le lieu des vitesses minima est également représenté. De part et d'autre de cette courbe, les variations de la vitesse, et par suite les paramètres F, sont de signes différents.

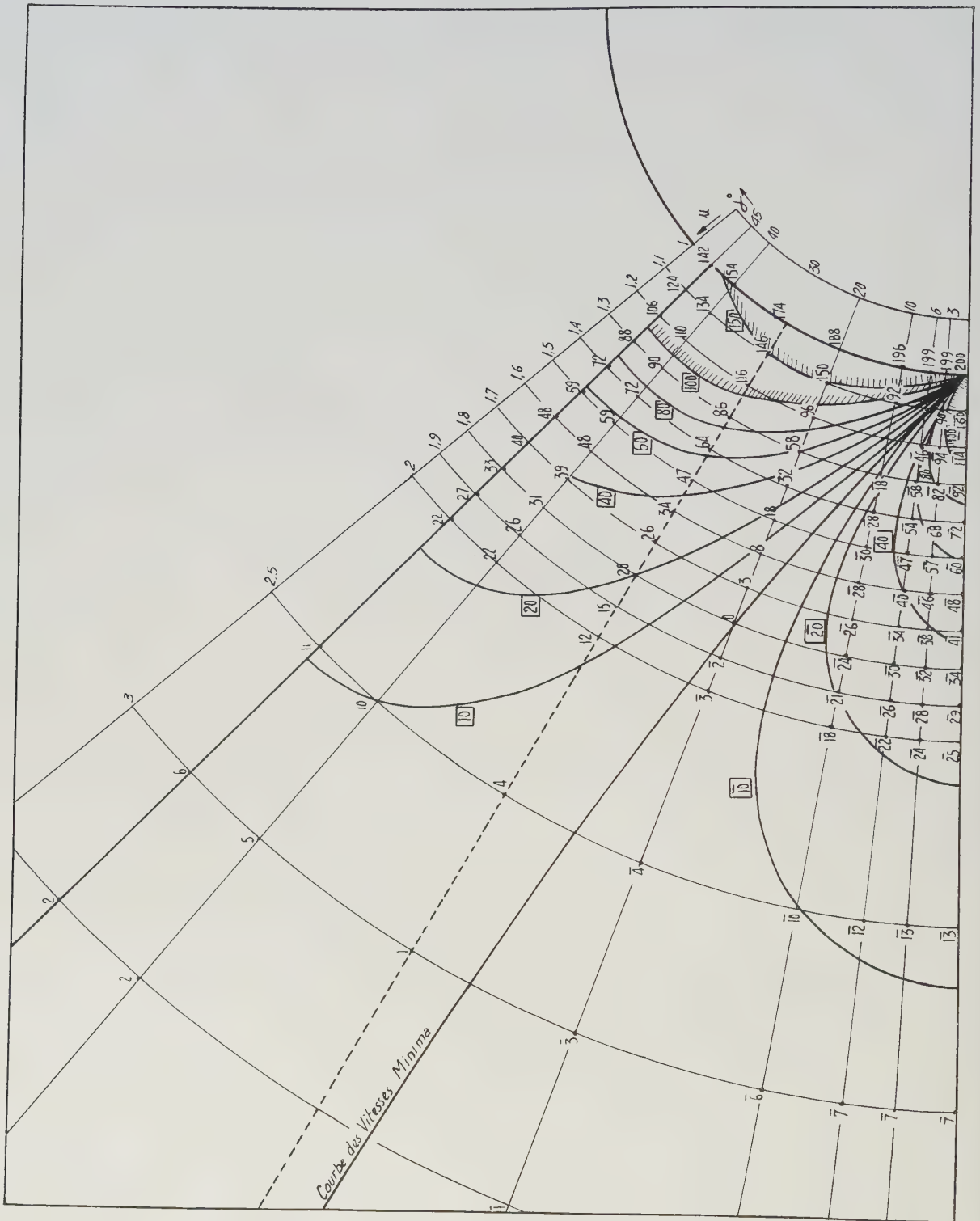


Fig. 23. — Écoulement de Laplace : variation du paramètre F

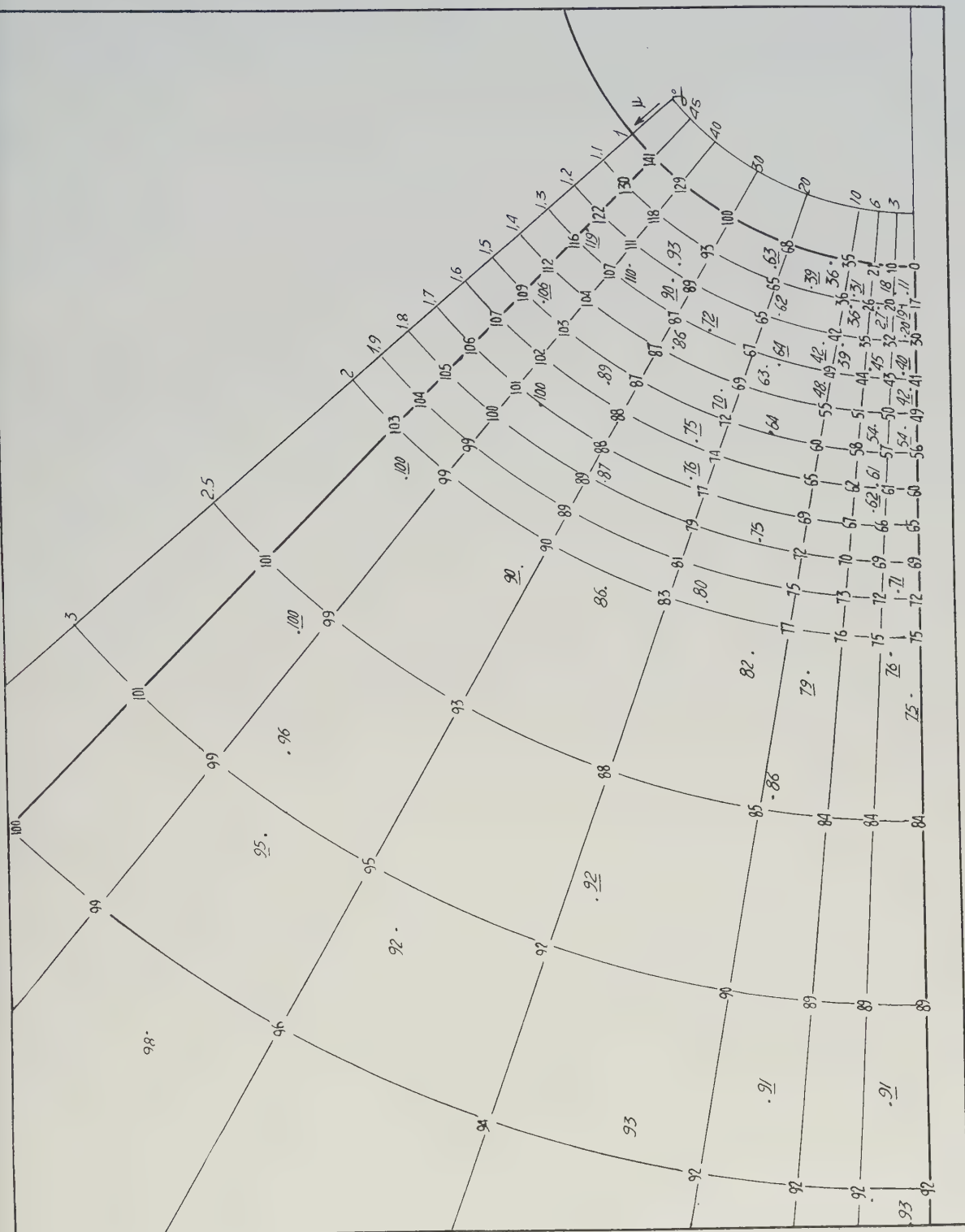


Fig. 24. — Écoulement de Laplace : variation de la vitesse

c) *Vitesse.*

La discussion de la relation (53) montre que V reste constamment inférieur à $2 V_0$. Ce maximum est atteint en deux points du champ : le point J et le point diamétralement opposé. Ces points sont extérieurs au domaine qui nous intéresse.

La figure 24 résume la discussion. Les nombres N qui figurent aux nœuds du réseau polaire sont tels que :

$$N = 100 \frac{V}{V_0}.$$

d) *Conséquences.*

Dans l'écoulement de Laplace, les grandeurs E et F restent donc bornées, et leur maximum est du même ordre que le rapport $\frac{V_0}{R_0}$. Ce résultat est d'une extrême importance : en effet, si les paramètres E et F , qui déterminent la fidélité de la visualisation, prenaient des valeurs considérables, ou même infinies, il serait impossible de visualiser l'écoulement dans de bonnes conditions.

Les conséquences dépassent d'ailleurs de beaucoup le cas particulier que nous étudions en ce moment, car il est légitime de supposer que le champ aérodynamique autour d'un obstacle quelconque arrondi vers l'amont, présente des particularités comparables, et, par suite, est susceptible d'une visualisation correcte.

REMARQUE. — Sur les arcs à forte courbure, la vitesse est relativement faible; sur les arcs à forte accélération tangentielle, la vitesse est relativement grande.

4. — Application numérique.

a) *Formule fondamentale.*

Les écarts maxima α_0 et λ_0 , liés par la formule :

$$(35) \quad \frac{\alpha_0}{\lambda_0} = \frac{E_0}{F_0},$$

ont ici même valeur. Pour fixer les idées, adoptons :

$$\alpha_0 = \lambda_0 = \frac{1}{50},$$

qui entraîne un écart angulaire un peu supérieur au degré, et une erreur relative de 2 % sur la vitesse.

La discussion se fait alors sur la formule unique :

$$(56) \quad \frac{2 V_0}{R_0} = \frac{K_0}{50},$$

ou :

$$\frac{V_0}{R_0} = \frac{K_0}{100}.$$

Rappelons les notations :

V_0 : vitesse générale de la veine; R_0 : rayon du cylindre; K_0 : coefficient de la poudre.

b) *Domaine d'utilisation des poudres usuelles.*

Considérons les poudres étudiées au tableau V, page 38. Le tableau VII rassemble les valeurs correspondantes de $\frac{V_0}{R_0}$, calculées d'après la formule (56), c'est-à-dire avec une tolérance de $1/50^\circ$.

TABLEAU VII

POUDRE	K_0	$\frac{V_0}{R_0}$
Grosses paillettes	150	1,5
Fines paillettes	500	5
B.P. 140	2 500	25
Lo bis	12 000	120
Lo bis sélectionnée	30 000	300
Lo bis très sélectionnée	50 000	500

L'interprétation est immédiate : la poudre « Lo bis », par exemple, permet de visualiser l'écoulement, autour d'un cylindre de 5 cm de rayon, avec une vitesse générale de 6 m/s. Pour le même obstacle, la poudre très sélectionnée permet d'atteindre 25 m/s.

c) *Remarques.*

Il faut noter que ces domaines d'application ont été calculés *avec pessimisme*, en donnant à tous les paramètres leurs valeurs les plus défavorables. Nous avons déjà souligné ce fait (1); reprenons-le d'un point de vue différent :

Soit, pour fixer les idées, à visualiser un écoulement de 50 m/s, autour d'un cylindre de rayon 2 cm. Je dis que, *pratiquement*, la visualisation est possible avec la poudre très sélectionnée. Voici les trois raisons principales :

α) K_0 est une *limite inférieure*; la plus grande partie des lamelles a un coefficient *supérieur* : tout au plus quelques trajectoires pourront-elles être « aberrantes »;

(1) Page 39.

β) les régions où E et F sont supérieurs à $\frac{V_0}{R_0}$ sont *de faible étendue* : en étant moins exigeant pour ce qui les concerne, on peut doubler la vitesse générale;

γ) les tolérances admises pour α_0 et λ_0 peuvent de même être doublées dans certains cas : 20,5 et 4 % représentent encore une précision suffisante pour bien des applications.

5. — Vérification expérimentale.

Nous présentons ici un certain nombre de photographies, qui visualisent l'écoulement de Laplace.

a) Dispositif expérimental.

Nous renvoyons aux chapitres V et VII pour ce qui concerne le montage des dispositifs chronophotographiques.

Le cylindre était fixé, dans la soufflerie, entre deux plans verticaux, dont une vitre. La distance de ces plans était au moins égale à quatre fois le diamètre du cylindre. Le plan lumineux éclairait la zone médiane.

La fréquence d'interruptions lumineuses que nous pouvions réaliser était malheureusement insuffisante (1). De ce fait, les clichés qui correspondent à une vitesse supérieure à 15 m/s indiquent seulement les trajectoires, et non pas les vitesses. Le remède, bien que simple en principe, pose des problèmes matériels dont la résolution demande de longs délais; la question sera examinée au chapitre VI.

b) Conditions d'expérimentation.

Le tableau VIII rassemble les données nécessaires à l'interprétation des documents photographiques.

c) Remarques.

α) De la confrontation expérimentale, nous ne pouvons attendre que des résultats globaux. Précisons sur un exemple : du fait que les paramètres E_0 et F_0 sont maxima vers le point d'arrêt, on pourrait penser que, sur les clichés pris avec une poudre de coefficient un peu trop faible, la visualisation sera *mauvaise au voisinage de ce point, et correcte ailleurs*. Or, il n'en va pas nécessairement ainsi; il se peut au contraire que, lors de la prise de la photographie, quelques *grosses particules* évoluent dans les vastes régions où E et F sont faibles, en y dessinant des trajectoires aberrantes, tandis que, dans les étroites zones où E et F sont grands, se trouveront des *lamelles fines*, capables de bien suivre les lignes de courant. Du reste, si ces particularités ôtent à la vérification expérimentale des formules (20) une partie de sa rigueur, elles sont par ailleurs très favorables aux visualisations.

(1) Chapitre V.

TABEAU VIII

NUMÉRO DE LA FIGURE	DÉSIGNATION de la POUDRE	RAYON DU CYLINDRE en cm (R_0)	VITESSE GÉNÉRALE en m/s ($V_0/100$)	V_0/R_0	NOMBRE D'INTERRUPTIONS par seconde N_0	COMMENTAIRES
25	Fines paillettes	4	1,6	40	500	Quelques discordances.
26	Fines paillettes	4	3	75	500	Quelques discordances.
27	Fines paillettes	4	3	75	500	Cas d'une discordance très prononcée vers le point d'arrêt.
28	Fines paillettes	4	10	250	500	Discordances, chocs, captation.
29	Fines paillettes	4	18	450	Coupures peu nettes	La zone de discor- dances s'étend, la cap- tation croît, rebon- dissements.
30	Fines paillettes	4	25	625		
31	B.P. 140	4	2	50	500	Visualisation correcte.
32	B.P. 140	4	5	125	500	Bonne visualisation. Quelques points dé- fectueux.
33	B.P. 140	4	8	200	500	Encore passable. Points défectueux.
34	B.P. 140	4	20	500	Coupures peu nettes	Des discordances. Au- cun choc. Allure géné- rale encore bonne.
35	Lo bis	1,25	15	1 200		Bonne visualisation.
36	Lo bis	1,25	25	2 000		Bonne allure générale.
37	Lo bis, très sélectionnée. En nuage.....	0,75	30	4 000		Semble bonne (com- mentée au chap. III).
38	Grosses paillettes.....	1,5	25	1 600		Chocs, rebondisse- ments, rotations (com- mentée au chap. IV).

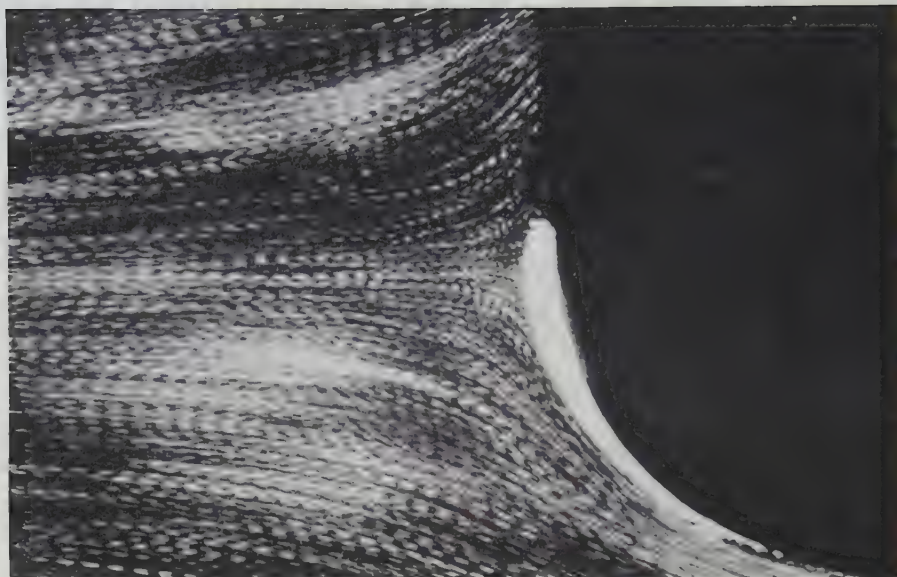


Fig. 25. — Écoulement autour d'un cylindre de révolution
Rayon du cylindre : $R_0 = 4$ cm; vitesse générale : $V_0 = 1,6$ m/s;
fréquence des interruptions : $N = 500$ cycles/seconde. Poudre « Fines paillettes » : $K_0 = 500$



Fig. 26. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4$ cm; $V_0 = 3$ m/s; $N = 500$ c/s; $K_0 = 500$

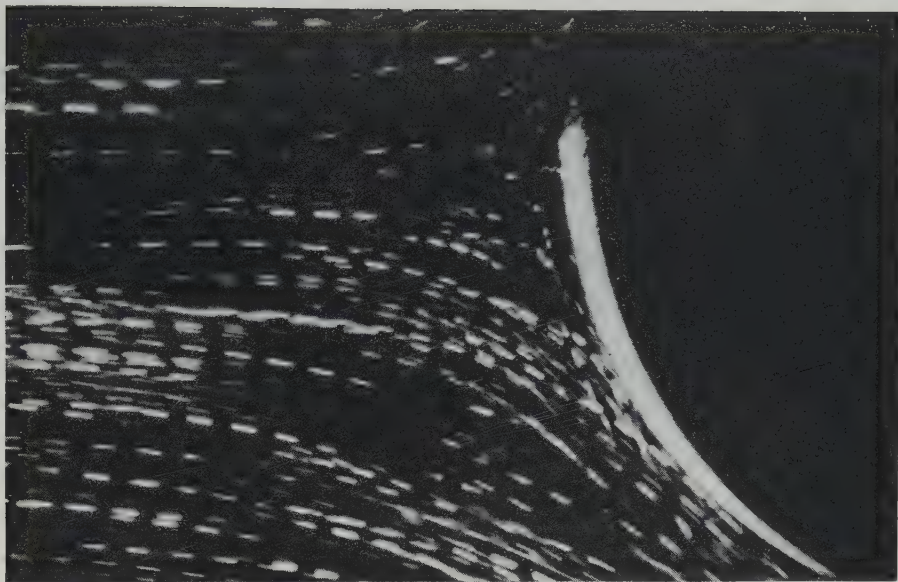


Fig. 27. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 3 \text{ m/s}$; $N = 500 \text{ c/s}$; $K_0 = 500$

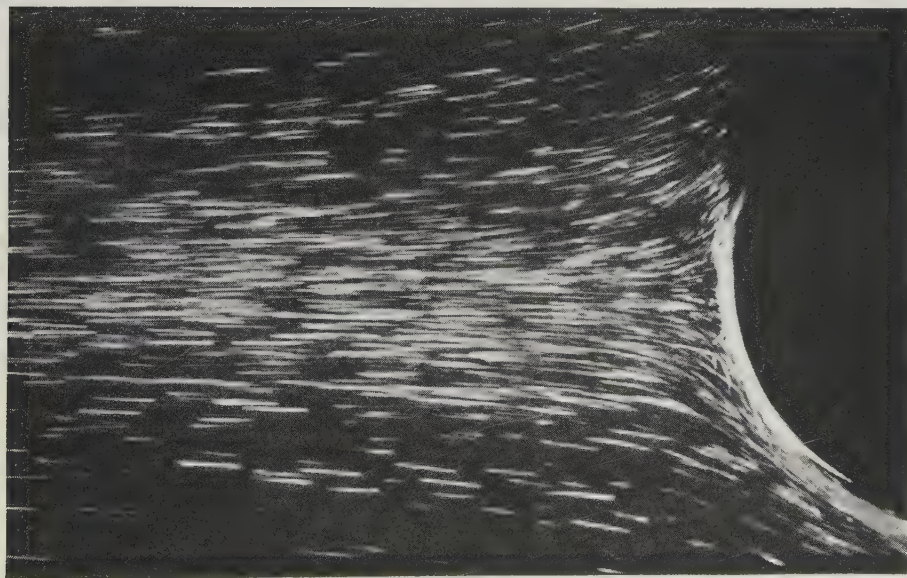


Fig. 28. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 10 \text{ m/s}$; $N = 500 \text{ c/s}$; $K_0 = 500$

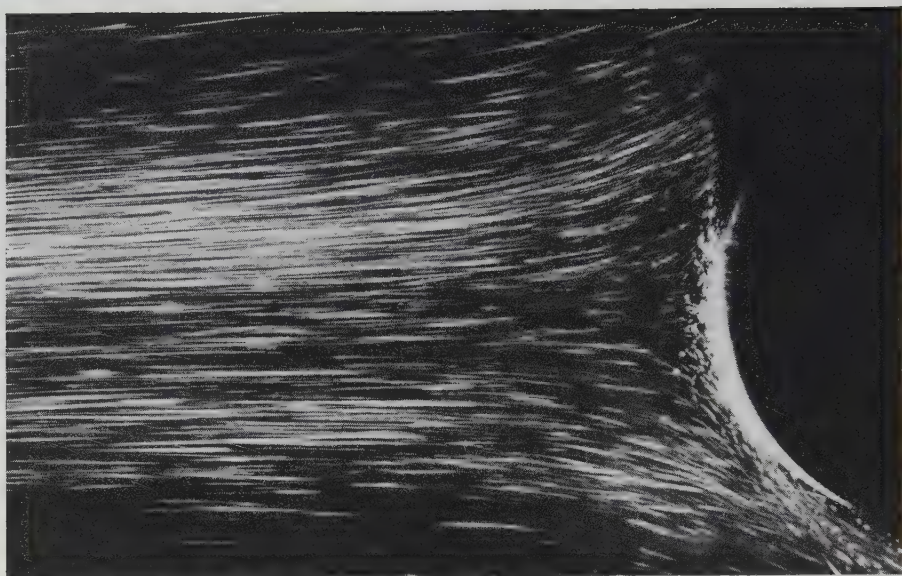


Fig. 29. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 18 \text{ m/s}$; $K_0 = 500$

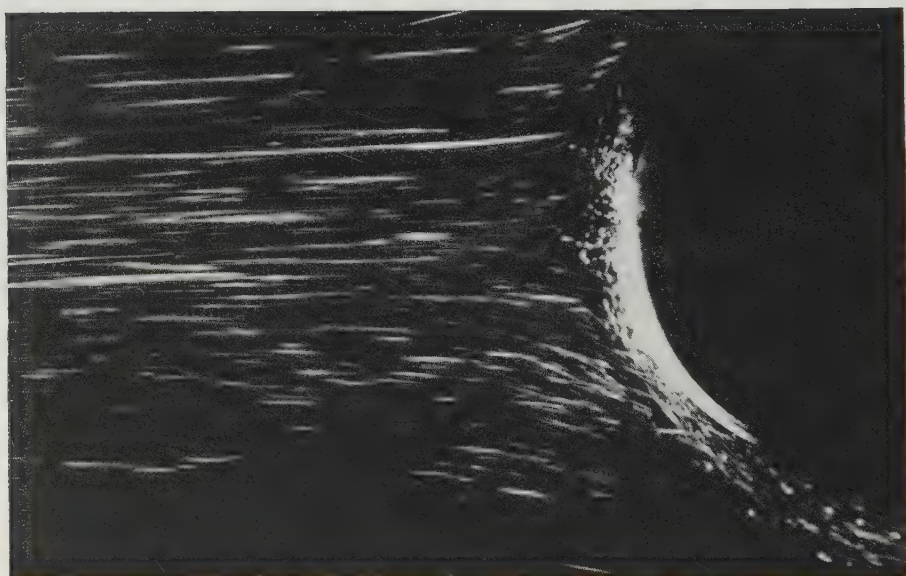


Fig. 30. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 25 \text{ m/s}$; $K_0 = 500$

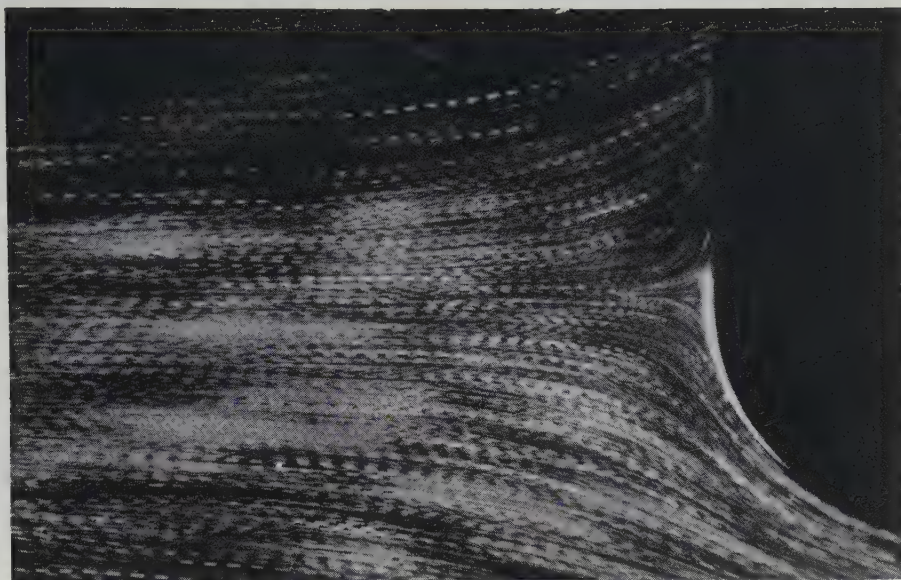


Fig. 31. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 2 \text{ m/s}$; $N = 500 \text{ c/s}$. Poudre « B.P. 140 » : $K_0 = 2\,500$

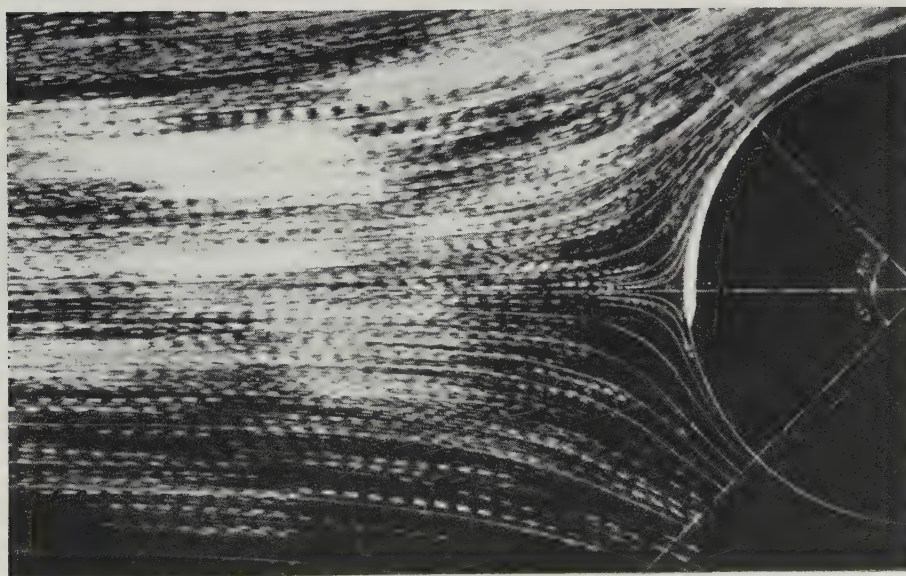


Fig. 31 bis. — Superposition de la visualisation précédente et du réseau théorique

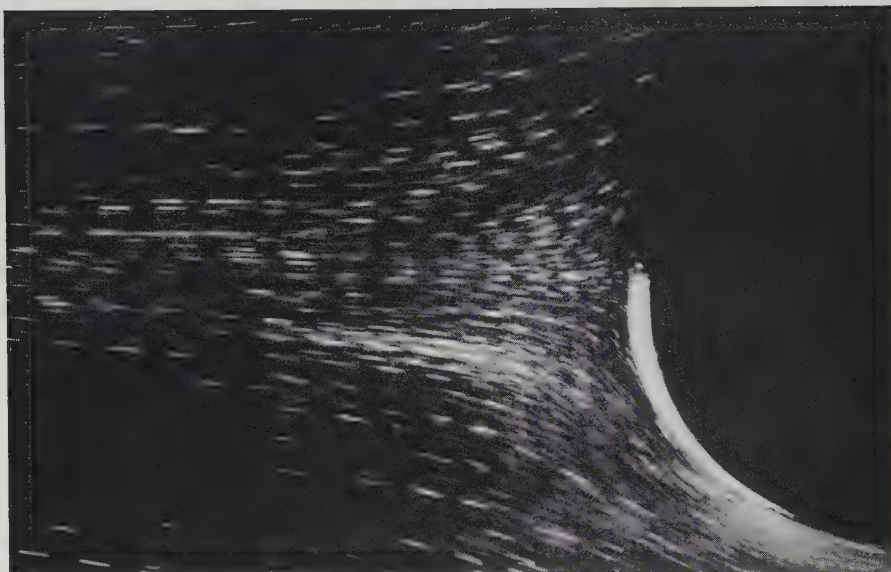


Fig. 32. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 5 \text{ m/s}$; $N = 500 \text{ c/s}$; $K_0 = 2500$

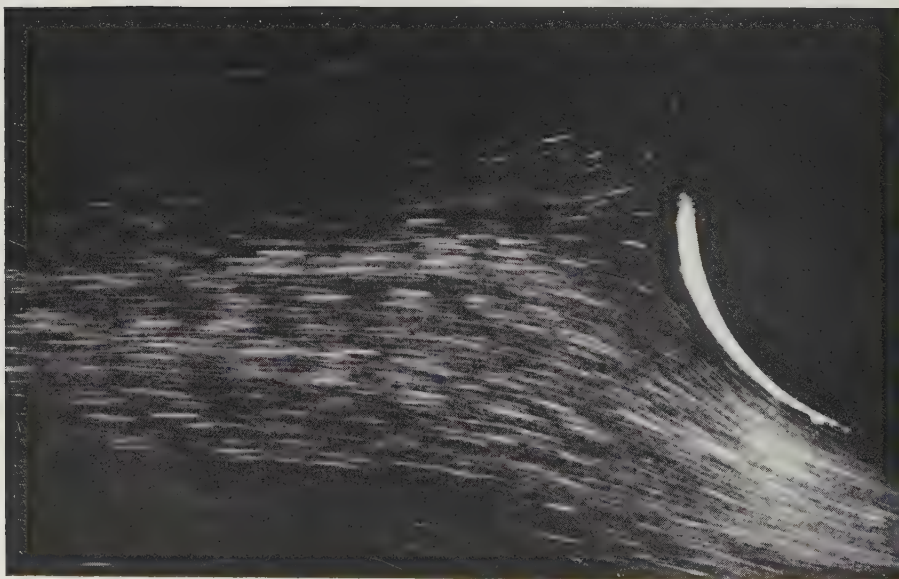


Fig. 33. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 8 \text{ m/s}$; $N = 500 \text{ c/s}$; $K_0 = 2500$

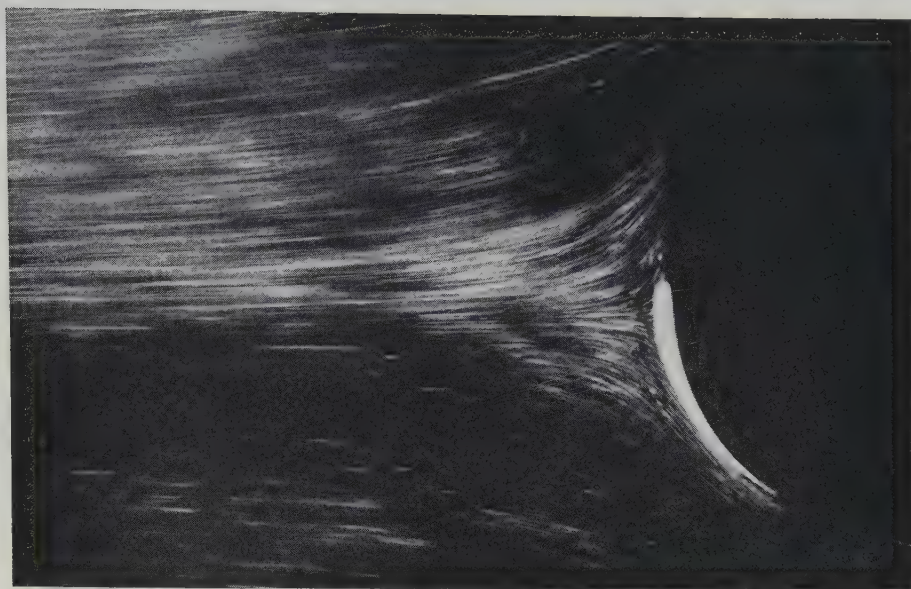


Fig. 34. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 4 \text{ cm}$; $V_0 = 20 \text{ m/s}$; $K_0 = 2\,500$

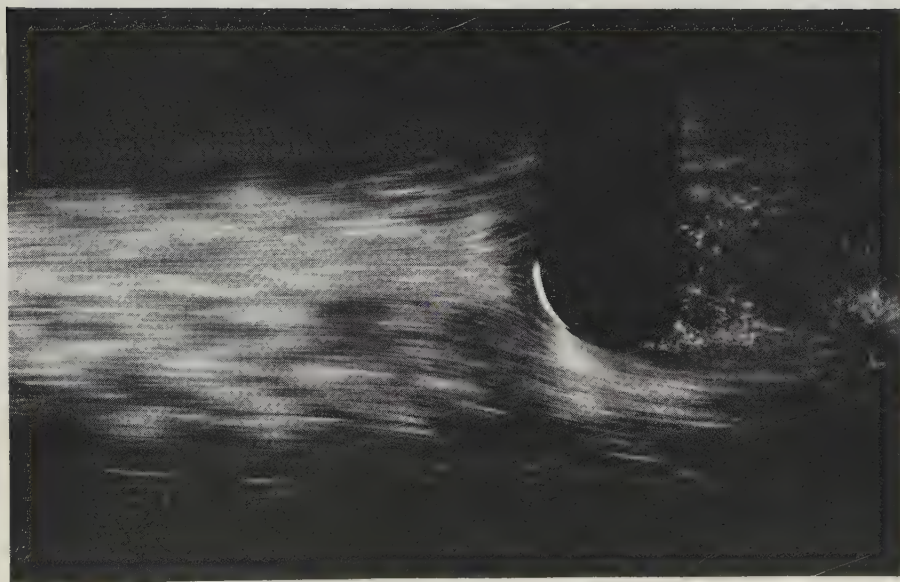


Fig. 35. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 1,25 \text{ cm}$; $V_0 = 15 \text{ m/s}$. Poudre « Lo bis »; $K_0 = 12\,000$

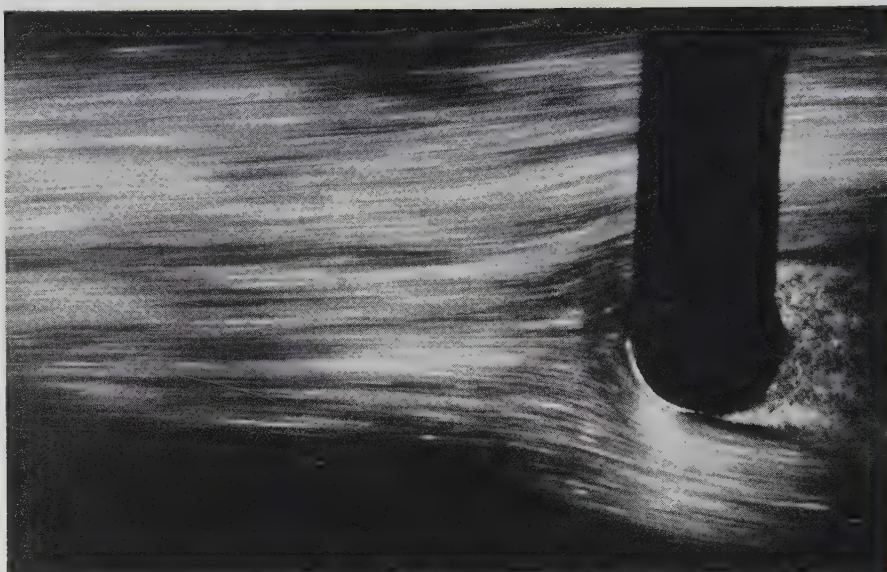


Fig. 36. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 1,25$ cm; $V_0 = 25$ m/s; $K_0 = 12\,000$

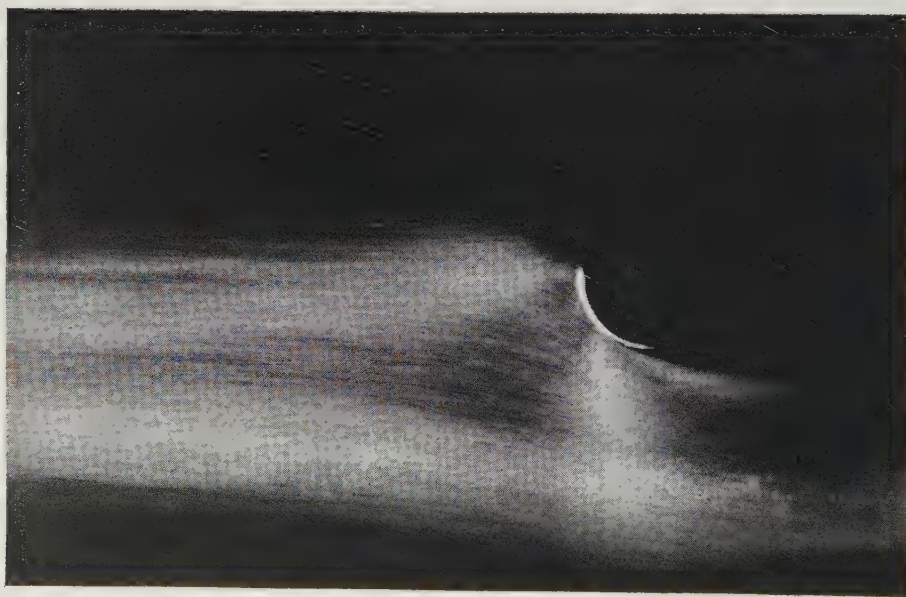


Fig. 37. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 0,75$ cm; $V_0 = 30$ m/s. Poudre « Lo bis » très sélectionnée; $K_0 = 50\,000$

β) Sous ces réserves, l'examen de nos différents clichés confirme les calculs et même, dans l'ensemble, les visualisations sont d'une fidélité supérieure aux prévisions, conformément, d'ailleurs, à certaines remarques déjà faites (1). On notera que, dans un but démonstratif, nos photographies ont été prises pour des valeurs de $\frac{V_0}{R_0}$ supérieures aux maxima du tableau VII; en outre, à l'exception de la *figure 37*, toutes furent obtenues avec des poudres du commerce, non sélectionnées.

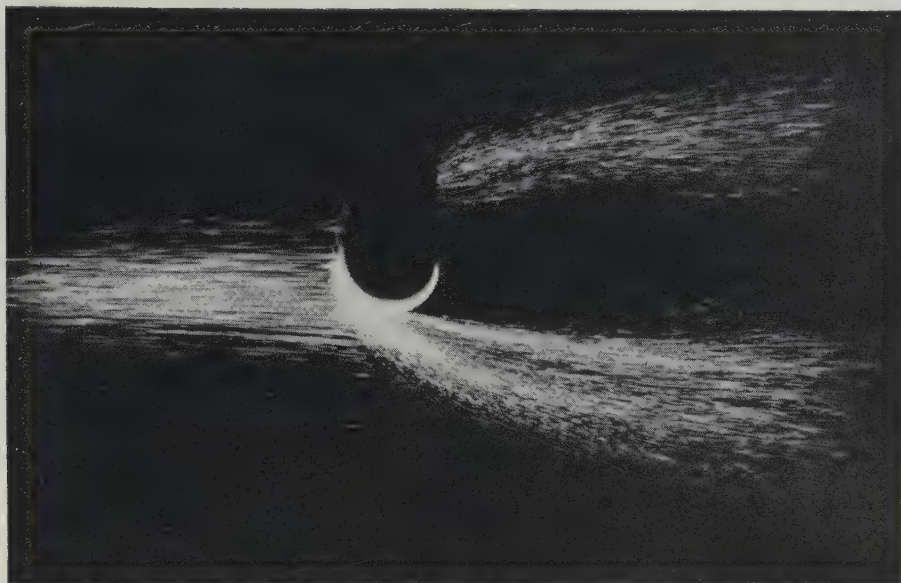


Fig. 38. — Écoulement autour d'un cylindre
 $R_0 = 1,5$ cm; $V_0 = 25$ m/s. Poudre « Grosses paillettes » : $K_0 = 150$

d) Commentaires sur les clichés.

Le cylindre, étant opaque, porte ombre vers le haut (*fig. 39*).

La partie du cylindre directement éclairée par le plan lumineux se traduit, par effet de perspective, sous forme d'un quart de cercle blanc qui souligne le contour du cylindre. Sur certains clichés, par exemple *figure 25*, il en résulte une apparence de captation, alors qu'en réalité cette captation est pratiquement nulle.

A la *figure 31 bis*, nous avons superposé le réseau théorique. On observera la concordance. De même, le champ des vitesses particulières V^* (2) a été relevé : sur la *figure 24*, les nombres disséminés à l'intérieur des mailles du réseau polaire sont égaux à $100 \frac{V^*}{V_0}$; les nombres *soulignés* correspondent à la moitié du champ située *au-dessous* de la ligne à point d'arrêt. La concordance est également satisfaisante.

(1) Page 61.

(2) Nous utilisons ici la notation V^* pour distinguer les vitesses particulières des vitesses théoriques V calculées page 55.

Pour les autres clichés, la confrontation fut opérée à l'aide d'un réseau tracé sur calque. Le lecteur pourra répéter cette vérification, qui permet d'énoncer la règle suivante :



Fig. 39
Ombre portée
par le cylindre

La concordance entre le réseau théorique et le réseau expérimental est bonne, toutes les fois que la captation est pratiquement nulle.

Ce résultat, d'ailleurs intuitif, constitue un critérium commode pour porter un premier jugement sur une visualisation comportant un obstacle arrondi vers l'amont.

Ces expériences montrent, en outre, que l'équation du potentiel de Laplace représente bien l'écoulement réel de l'air à l'amont d'un cylindre, dans certaines limites que nous ne pouvons fixer exactement, mais qui semblent relativement étendues.

La méthode de visualisation chronophotographique des écoulements d'air par lamelles d'aluminium est donc susceptible d'un vaste domaine d'application, alors même que, par raison de commodité d'emploi, on ne pourrait s'astreindre à une sélection préalable des poudres du commerce.

CHAPITRE III

ORIENTATION DES PARTICULES

Les phénomènes d'orientation particulière s'imposent à l'attention de l'expérimentateur, dès qu'il entreprend la visualisation d'un écoulement quelconque, en lumière dirigée : il s'aperçoit, en effet, que certaines régions de la zone explorée paraissent très riches en particules, tandis que d'autres en semblent presque privées. Cependant, il est en général évident — et souvent facile à vérifier — que la répartition des lamelles entre les différentes régions de l'écoulement est, sinon parfaitement uniforme, du moins bien loin de correspondre à de telles inégalités.

Pour interpréter ces apparences, il faut admettre l'existence de phénomènes d'orientation systématique des particules — orientation plus ou moins favorable au renvoi de la lumière incidente suivant la direction d'observation. On se trouve donc amené à étudier *l'influence directionnelle de la structure d'un écoulement fluide sur les corpuscules qu'il tient en suspension*.

Dans le cas général, cette étude est complexe; les résultats sont difficiles à exprimer simplement et, d'ailleurs, d'application très limitée. Nous nous bornerons donc à considérer *l'écoulement plan, permanent et irrotationnel d'un fluide incompressible*. Si l'écoulement présente des régions tourbillonnaires (sillages), la théorie demeure applicable en dehors de ces régions.

FORMULES FONDAMENTALES

M. MOREAU [14] a fait une théorie de l'orientation particulière, en partant de certaines hypothèses qu'il est indispensable de souligner d'abord.

1. — Hypothèses de départ.

a) *Dimensions des particules.*

Une particule déterminée exerce sur l'écoulement une perturbation locale. M. MOREAU affecte de l'adjectif « *virtuel* » les valeurs que prendraient les diverses caractéristiques de l'écoulement, en *l'absence de cette perturbation*.

Le postulat fondamental est que la particule doit être *assez petite*, pour n'exercer qu'une action perturbatrice très localisée : en tout domaine suffisamment restreint, l'écoulement virtuel peut être approximativement considéré comme *linéaire*, les composantes de la vitesse étant en première approximation des fonctions linéaires des coordonnées; M. MOREAU suppose alors que les dimensions de la particule, vis-à-vis de celles du domaine de linéarité, sont assez petites, pour que, à une certaine distance tout autour d'elle, la perturbation devienne négligeable, avant qu'il cesse d'être légitime d'invoquer la linéarité du champ.

Cette condition se trouve pratiquement réalisée dans nos expériences de visualisation, qui relèvent presque toutes du domaine de validité de la loi de Stokes.

b) Suspension parfaite.

Par suite de la linéarité du phénomène global, l'effet de glissement (vitesse relative V_{FP} ⁽¹⁾) et l'effet directionnel (couple d'orientation) peuvent en général être considérés comme *superposables*, et sans action réciproque directe. M. MOREAU, qui pose également cette condition, montre qu'elle est réalisée dans la plupart des cas où les visualisations sont légitimes ⁽²⁾, sauf peut-être quand l'un des effets est considérablement plus grand que l'autre; mais une telle éventualité reste exceptionnelle.

On dit la suspension « *parfaite* », quand la vitesse relative des corps suspendus est constamment nulle. Il y a suspension « *quasi-parfaite* » quand, la vitesse relative restant très faible, la superposition des effets de glissement et d'orientation est admissible. La théorie de M. MOREAU s'applique en ces deux cas, et rend compte des phénomènes réels avec d'autant plus d'exactitude que la suspension s'approche davantage de l'état parfait.

2. — Résultats.

a) Loi d'évolution d'une particule.

Dans le cadre de ces hypothèses, on peut aborder les calculs d'orientation, pour un écoulement *plan, permanent, irrotationnel, uniforme à l'infini* [10]. Dans le cas de la suspension d'une lamelle M, on obtient comme « *structure virtuelle* », rapportée au trièdre de Frenet $Mxyz$ de la ligne de courant décrite par le corpuscule :

$$(57) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{dV}{ds} x + 2 \frac{V}{R} y, \\ v = - \frac{dV}{ds} y, \\ w = 0. \end{array} \right.$$

(1) Chapitre II.

(2) Au sens du chapitre II.

Ces formules traduisent la répartition des vitesses virtuelles $\vec{v}$, au voisinage de M : u, v, w sont les composantes de $\vec{v}$ sur les axes de Frenet; V est la valeur numérique de la vitesse virtuelle repérée cette fois par rapport à un système fixe; s et R : arc et rayon de courbure de la ligne de courant.

Désignons par p, q, r les paramètres directeurs de la normale au plan de la lamelle, et par δ l'angle polaire de la vitesse, repéré sur les axes fixes; on obtient, par intégration des équations (57), la loi d'évolution directionnelle [14] :

$$(58) \quad \left\{ \begin{array}{l} p_2 = Ap_1, \\ q_2 = \frac{q_1}{A} - Bp_1, \\ r_2 = r_1, \end{array} \right.$$

avec :

$$(59) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{V_1}{V_2}, \\ B = 2 V_1 V_2 \int_1^2 \frac{d\delta}{V_2^2}; \end{array} \right.$$

les indices 1 et 2 désignent deux positions successives de la particule.

Ces formules expriment que le plan de la lamelle contient, à tout instant, *les mêmes éléments du fluide virtuel*.

b) Conséquences.

Les relations (58) permettent notamment d'énoncer les propositions suivantes :

— *une lamelle, initialement parallèle au plan directeur de l'écoulement, le demeure constamment :*

En effet :

$$p_1 = q_1 = 0,$$

entraîne :

$$p_2 = q_2 = 0;$$

— *une lamelle, initialement normale à ce même plan, le demeure constamment :*

$$r_1 = 0,$$

entraîne :

$$r_2 = 0;$$

— *une lamelle, initialement tangente à sa trajectoire, le demeure constamment :*

$$p_1 = 0,$$

entraîne :

$$p_2 = 0.$$

c) *Interprétations élémentaires.*

Ces propositions particulières se retrouvent, en admettant que le plan de la lamelle conserve à tout instant les mêmes éléments du fluide virtuel.

A titre d'exemple, retrouvons élémentairement la *loi d'évolution d'une particule initialement tangente à sa trajectoire*.

Définissons son plan par les trois éléments suivants du fluide virtuel : *deux points confondus en M, sur une ligne de courant L; un point d'une ligne très voisine L'.* Les deux points confondus le restent constamment, puisqu'ils correspondent à un même élément fluide : la lamelle sera donc toujours tangente à sa trajectoire.

Soit d la distance des plans parallèles qui contiennent les lignes L et L' (*fig. 40*) et L'' la projection de L' sur le plan de L ; d reste invariable tout le long du trajet de la particule.

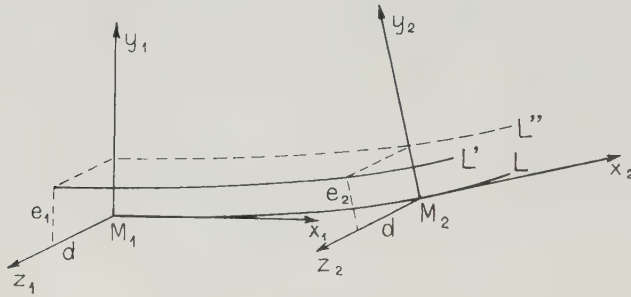


Fig. 40

Soit e la distance des lignes L et L'' ; e varie, le long du trajet, suivant la loi de conservation du débit :

$$eV = \text{Const.}$$

Or, on peut prendre comme paramètres directeurs :

$$p = 0, \quad q = \frac{1}{e}, \quad r = -\frac{1}{d}.$$

Soient alors les positions 1 et 2 de la lamelle :

$$(60) \quad \left\{ \begin{array}{l} p_2 = p_1 = 0, \\ \frac{q_2}{V_2} = \frac{q_1}{V_1}, \\ r_2 = r_1. \end{array} \right.$$

Cette loi est bien un cas particulier des formules (58).

INFLUENCE DE L'ORIENTATION SUR L'ÉCLAIREMENT NÉCESSITÉ D'UN CALCUL STATISTIQUE

La théorie que nous venons d'exposer montre que l'orientation d'une lamelle, en suspension dans un écoulement déterminé, dépend à la fois *du point où elle se trouve et de l'orientation qu'elle présentait, en un point de sa trajectoire arbitrairement pris pour origine.*

Cette dernière condition semble interdire toute étude pratique, puisqu'on ignore évidemment cette orientation initiale; on obtient cependant des résultats intéressants, et conformes à l'expérience, en utilisant des procédés de *calcul statistique* : quand les particules sont « *en nuage* », c'est-à-dire quand la « *densité* » de la suspension est très grande, cette méthode donne une traduction directe de la réalité expérimentale; en tout autre cas, elle fournit de précieuses indications, explicitant en particulier la *probabilité* pour qu'une lamelle prenne une orientation qui la rende visible ou, comme nous dirons parfois, une « *orientation favorable* ». La variation de cette probabilité, aux différents points du champ, confirme l'existence de *régions difficiles à visualiser*, régions que l'expérience avait déjà mises en évidence.

1. — Détermination des positions favorables.

a) *L'angle limite.*

Si les lamelles étaient parfaitement planes et réfléchissantes; si tous les rayons incidents étaient rigoureusement parallèles à une même direction Λ ; si de plus l'objectif n'admettait que les émergents parallèles à une même direction Δ , seules seraient visibles les particules dont la normale se confondrait avec *la direction* L, bissectrice des directions d'éclairement et d'observation. Il en résulterait d'ailleurs une fâcheuse conséquence : le nombre des lamelles visualisées serait infime. En réalité, aucune de ces conditions n'est strictement réalisée; la lumière *diffusée*, en particulier, prend une importance considérable, en raison de l'état de surface du métal (1).

Des lamelles restent donc visibles, dont la normale, d'ailleurs assez mal définie par suite des inégalités superficielles, s'écarte notablement de la direction L. L'expérience conduit à adopter le schéma suivant *comme première approximation* :

Le flux réfléchi sur l'objectif, par une paillette donnée, dépend seulement de l'angle σ de la direction L avec la normale particulière; pour des valeurs croissantes de cet angle, il varie peu d'abord, puis sa décroissance se précipite, de sorte que l'on peut définir, à quelques degrés près, une certaine valeur σ_0 , en deçà de laquelle la brillance de la particule est quasi constante, et au delà de laquelle elle devient rapidement négligeable (courbe en cloche).

(1) Revoir les figures 1 à 4.

Cet angle limite σ_0 dépend de la lamelle considérée; mais, du point de vue statistique où nous nous plaçons, on peut admettre qu'il est le même pour toutes celles qui composent une poudre de finesse déterminée : plusieurs expériences donnent, de ses valeurs, une première idée qui se trouvera confirmée et précisée par nos calculs ultérieurs d'éclairement.

b) *Évaluation de σ_0 .*

Voici deux expériences simples, qui permettent de se faire idée de la grandeur de σ_0 .

α) *Observation directe.* — Versons dans l'alcool une petite quantité de poudre d'aluminium; il se forme une suspension où nous plongeons un corps cylindrique, un crayon par exemple : les paillettes s'y collent en un film continu. Faisant alors l'obscurité dans la pièce, éclairons le crayon métallisé par des rayons lumineux bien parallèles et observons en quadrature : il apparaît une bande centrale, de brillance à peu près uniforme, après laquelle l'éclat tombe très vite. La largeur angulaire de cette bande correspond sensiblement à $2\sigma_0$ (fig. 41 a);

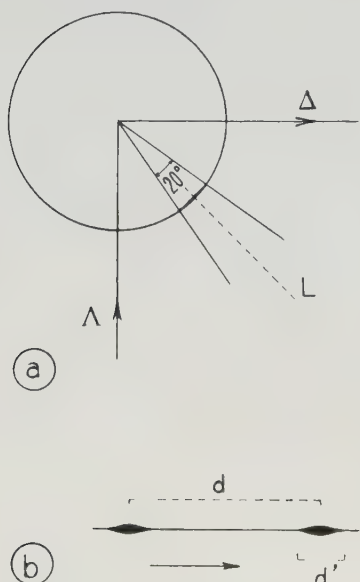


Fig. 41. — Déterminations de l'angle limite

β) *Examen d'un cliché.* — Sur certains clichés de visualisation, on observe un *ponctué* caractéristique, dû aux rotations des particules (1). Supposons que l'aspect soit celui de la figure 41 b et permette de définir, sur la trajectoire, une période spatiale d et une longueur de visibilité d' . Si l'axe de la rotation est contenu dans le plan de la particule, et parallèle à sa vitesse V , on voit que :

$$\sigma_0 = \frac{\pi d'}{2 d}.$$

En tout autre cas, la grandeur mesurée, $\frac{\pi d'}{2 d}$, est *inférieure* à la valeur prise par σ_0 pour la particule intéressée. L'examen d'une trajectoire ponctué donne donc un *minimum* pour σ_0 :

$$\sigma_0 \geq \frac{\pi d'}{2 d}.$$

c) *Résultats.*

L'angle limite dépend nettement des poudres utilisées. Il semble toujours compris entre 10° et 40° . En général, il croît quand la finesse augmente, mais des exceptions sont possibles : la technique de fabrication et surtout le mode de polissage exercent une influence prépondérante.

(1) Chapitre IV.

2. — Définition des taux.

a) Taux élémentaire relatif à une direction S.

En un point M de l'écoulement, considérons la répartition des normales particulières suivant les diverses directions S de l'espace. Pour la définir, entourons chaque demi-droite S par un petit angle solide $d\Omega$. Soit n le nombre des normales comprises à l'intérieur de cet angle. Le rapport :

$$(61) \quad t_s = \frac{n}{d\Omega},$$

variable suivant la direction choisie, définit la répartition cherchée.

Supposons, comme il est naturel, qu'à l'infini amont la répartition des orientations soit quelconque, c'est-à-dire *statistiquement uniforme*, ce qui entraîne un taux constant t_∞ . Par des raisons d'homogénéité, et pour relier entre eux les différents points de l'écoulement, nous prenons t_∞ comme unité de taux, définissant ainsi, en chaque point M et pour chaque direction S, un nombre :

$$(62) \quad T_s = \frac{t_s}{t_\infty},$$

que nous appelons *taux élémentaire relatif à la direction S*.

Voici encore deux interprétations équivalentes de ce paramètre :

α) Soit, au point M, un angle solide $d\Omega$, entourant la direction S et contenant n normales; soit, à l'infini amont, un angle égal, contenant n_∞ normales. Le taux représente le rapport :

$$(63) \quad T_s = \frac{n}{n_\infty}.$$

β) Soit, au point M, un ensemble de normales, entourant S et définissant un angle solide $d\Omega$. Quand les particules correspondantes étaient à l'infini amont, les mêmes normales définissaient un angle $d\Omega_\infty$.

Le taux représente le rapport :

$$(64) \quad T_s = \frac{d\Omega_\infty}{d\Omega}.$$

b) Taux élémentaire central.

Nous désignons ainsi le taux T relatif à la *direction L*, bissectrice des directions d'éclairement et d'observation. Lorsque σ_0 est petit, la considération du taux central suffit à résoudre complètement les problèmes d'éclairement apparent; cette notion est également précieuse en d'autres cas et sert de base au calcul des *taux moyens*, que nous allons définir.

c) *Taux moyen central.*

Pour un point de l'écoulement et une valeur σ_0 donnés, on peut définir le *taux moyen central* : envisageons un cône de révolution Γ , axé sur L et de demi-angle au sommet σ_0 . Soit Ω son angle solide; les normales qu'il contient occupaient, à l'infini amont, un cône d'angle solide Ω_∞ . Le rapport :

$$(65) \quad \Theta_s = \frac{\Omega_\infty}{\Omega},$$

est le taux moyen central, intégrale du taux élémentaire.

CALCUL DES TAUX

1. — Taux élémentaires.

a) *Calcul.*

Les formules (58) définissent une correspondance géométrique entre les positions initiale et finale d'une normale particulière. Considérons un petit cône de normales, entourant une direction S, de paramètres directeurs p, q, r . Soient P, Q, R les paramètres de la direction homologue de S à l'infini dans la transformation définie par les formules (58). La dilatation d'angle solide, entre l'infini et M, du cône de normales, se calcule à partir de ces mêmes formules, et le taux T_s s'en déduit immédiatement par application de l'équation (64).

On obtient ainsi la valeur :

$$(66) \quad T_s = \left[\frac{p^2 + q^2 + r^2}{P^2 + Q^2 + R^2} \right]^{\frac{3}{2}}.$$

Nous rappelons les notations,

p, q, r , paramètres directeurs de la direction S par rapport au trièdre de Frenet de la trajectoire,

$$P = Ap, \quad Q = \frac{q}{A} - Bp, \quad R = r,$$

$$A = \frac{V}{V_0}, \quad B = 2 \, V \, V_0 \int_M^\infty \frac{d\delta}{V^2},$$

δ , angle polaire de la vitesse.

b) *Propriétés des taux élémentaires.*

$\alpha)$ *Symétries.* — Par définition même, les taux tendent vers l'unité à l'infini, amont et aval.

En un point donné, le taux est le même pour deux directions symétriques par rapport au plan directeur de l'écoulement. On le vérifie en changeant r en $-r$.

Le taux relatif à la direction Oz reste égal à 1 dans tout le champ.

β) *Ellipsoïde des taux.* — En un point M de l'écoulement, portons sur chaque direction S de l'espace la longueur :

$$MU = \sqrt[3]{T_s}.$$

On voit immédiatement que le lieu du point U est un *ellipsoïde* E , dont l'équation, rapportée au trièdre de Frenet, s'écrit :

$$(67) \quad (A^2 + B^2) x^2 - \frac{2B}{A} xy + \frac{y^2}{A^2} + Z^2 = 1.$$

L'un des demi-axes de cet ellipsoïde est toujours égal à 1 et normal au plan de l'écoulement; les deux autres demi-axes ont pour produit l'unité.

L'ellipsoïde est donc facile à mettre en place; il permet de se rendre compte de la répartition des orientations et d'avoir une idée de la proportion de lamelles visibles.

2. — Taux moyen.

On peut l'évaluer, comme le taux élémentaire, en calculant la dilatation du cône de révolution Γ , que nous avons défini au paragraphe précédent. Toutefois, ces calculs, effectués dans le système de Frenet, par rapport auquel ni l'ellipsoïde ni le cône n'ont une position privilégiée, sont assez pénibles; M. MOREAU les simplifie en rapportant la transformation aux axes principaux de l'ellipsoïde; sa méthode revient à évaluer le volume découpé par le cône dans un ellipsoïde de demi-axes donnés.

Nous n'insistons pas davantage sur ces calculs généraux. En la plupart des régions de l'écoulement, d'importantes simplifications sont possibles : nous allons en voir un exemple.

APPLICATION A L'ÉCOULEMENT DE LAPLACE

Nous utilisons les notations du chapitre II, et nous plaçons dans le cas d'un plan d'éclairement parallèle à XOY , d'une observation suivant OZ ; la direction L , de réflexion maximum, est la bissectrice de l'angle $Y'OZ$. Nous avons fait les calculs pour les lignes de courant correspondant aux valeurs suivantes de ψ' :

$$0,01, \quad 0,02, \quad 0,05, \quad 0,1, \quad 0,2, \quad 0,5, \quad 1.$$

Sur chacune de ces lignes, les valeurs de u ont été choisies de manière à obtenir des points d'exploration suffisamment rapprochés. A titre d'exemple, nous donnerons le détail des calculs pour la ligne $\psi' = 0,1$ et les valeurs suivantes de u :

$$1,05, \quad 1,063, \quad 1,1, \quad 1,2, \quad 1,3, \quad 1,4, \quad 1,7, \quad 2, \quad 3, \quad 4.$$

1. — Évaluations préliminaires.

a) Calcul de A.

Les points choisis étant déterminés par leurs coordonnées u et ψ' , on utilise les formules suivantes ⁽¹⁾ :

$$A = 1 + \frac{1}{u^4} - 2 \frac{\cos 2 \alpha}{u^2},$$

$$\sin \alpha = \frac{u \psi'}{u^2 - 1}.$$

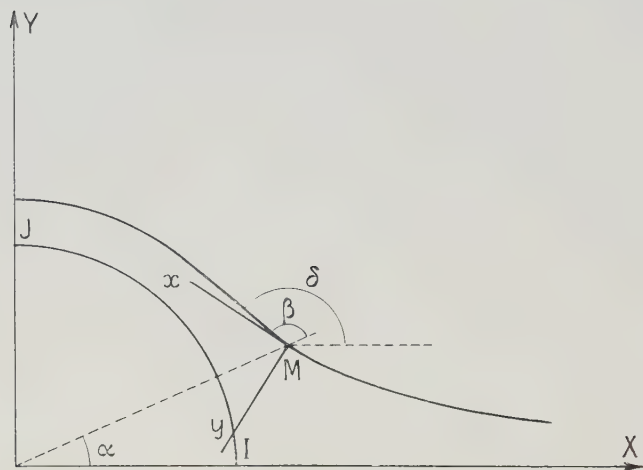


Fig. 42

b) Calcul de δ .

Les valeurs de α viennent d'être calculées aux points de base; pour connaître l'inclinaison de la vitesse, on part de :

$$\delta = \alpha + \beta,$$

avec (fig. 42) :

$$\frac{\operatorname{tg} \beta}{1 + u^2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - u^2}.$$

c) Calcul de B.

Nous connaissons maintenant, aux points de base, les valeurs de δ et de :

$$\frac{V_0}{V} = A.$$

(1) Chapitre II.

Nous pouvons construire la courbe :

$$\frac{V_0^2}{V^2} = f(\delta).$$

Une suite de planimétrages fournit les valeurs de B.

d) *Paramètres directeurs de L.*

Le trièdre de Frenet de la trajectoire est représenté par la *figure 42* : Oz, normal au plan de figure, est orienté positivement du côté du point d'observation. Dans ces conditions, les paramètres directeurs de la direction L, qui, par rapport au trièdre fixe OXYZ, sont 0, 1, 1, ont pour valeur dans le système Oxyz :

$$\sin \delta, \quad \cos \delta, \quad -1,$$

d'où les valeurs de P, Q, R :

$$\left\{ \begin{array}{l} P = A \sin \delta, \\ Q = \frac{\cos \delta}{A} - B \sin \delta, \\ R = -1. \end{array} \right.$$

e) *Résultats du calcul.*

Le tableau IX donne les résultats obtenus :

Ligne $\psi' = 0,1$

TABLEAU IX

<i>u</i>	1,05	1,063	1,1	1,2	1,3	1,4	1,7	2	3	4
α°	90	60	30	15	11	8,4	5	3,8	2,1	1,5
δ°	180	150	128	140	154	165	175	178	179,4	179,7
A	1,91	1,73	0,95	0,53	0,50	0,54	0,67	0,76	0,89	0,94
B	8,8	8	5,8	2,5	1,38	0,76	0,27	0,08	0	0

2. — Taux élémentaires.

a) *Détermination des ellipsoïdes E.*

Les équations de leurs sections E' par le plan de figure s'écrivent :

$$(A^2 + B^2) x^2 - \frac{2B}{A} xy + \frac{y^2}{A^2} = 1.$$

c) *Conséquences pour la visualisation.*

Vers le point d'arrêt, les particules dont la normale est voisine de la direction de réflexion maximum — fût-ce à une *trentaine* de degrés près — sont en proportion infime : la visualisation y sera donc très difficile. Vers le point J, au contraire, le taux des lamelles visibles est encore notable : la visualisation sera normale. Pour préciser ces conclusions, et nous rendre compte des apparences en d'autres régions, il faut calculer le taux moyen.

3. — **Taux moyen central.**

a) *Calcul de ce taux vers l'axe OY.*

En cette région, $\delta = \pi$; tant qu'on ne s'éloigne pas trop du point J, l'ellipsoïde a des axes très inégaux et l'on obtient facilement le volume qu'y découpe le cône de révolution Γ . Le taux moyen s'en déduit ; sa valeur est :

$$\Theta = \frac{B}{1 + B^2} \frac{2 \operatorname{tg} 2 \sigma_0}{\pi (1 - \cos \sigma_0)}.$$

Cette formule, particulièrement simple, est valable sous trois conditions simultanées :

- pour des points voisins de l'axe OY;
- pour des valeurs de B suffisamment grandes ($B > 2$);
- pour des valeurs de σ_0 ni trop petites, ni trop grandes ($8^\circ < \sigma_0 < 45^\circ$).

α) *Variation de Θ avec l'angle limite σ_0 , en un point donné.* — On constate que le taux présente un minimum pour une valeur de σ_0 voisine de 25° (fig. 44). Comme, pour les poudres usuelles, σ_0 varie entre 10° et 40° , une connaissance imparfaite de sa valeur n'entraîne qu'une faible erreur sur l'ordre de grandeur de Θ .

β) *Variation du taux avec la distance au point J.* — σ_0 étant supposé choisi, déplaçons-nous, à partir du point J, suivant l'axe Oy. Le tableau X donne les valeurs correspondantes de B, de ψ' et de :

$$\Theta' = \frac{\pi (1 - \cos \sigma_0)}{2 \operatorname{tg} 2 \sigma_0} \Theta.$$

TABLEAU X

u	1,005	1,01	1,026	1,052	1,105	1,28	1,62
B	1,26	62	19,5	8,8	4,23	1,44	0,45
ψ'	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1
Θ'	0	0,017	0,05	0,1	0,25	Formule non valable	

La figure 45 représente la variation du taux.

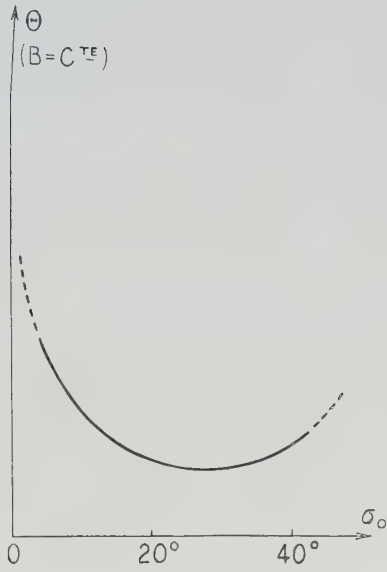


Fig. 44. — Écoulement de Laplace :
Variation du taux moyen en fonction
de l'angle limite

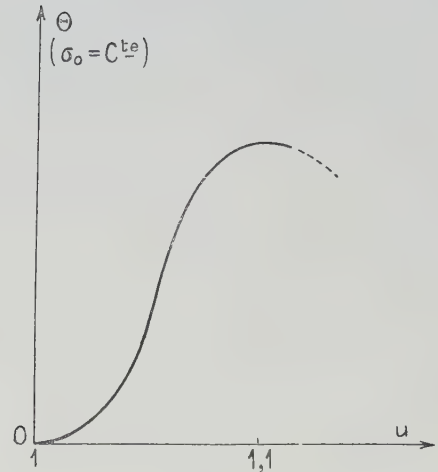


Fig. 45
Écoulement de Laplace : variation du taux
moyen le long de l'axe OY

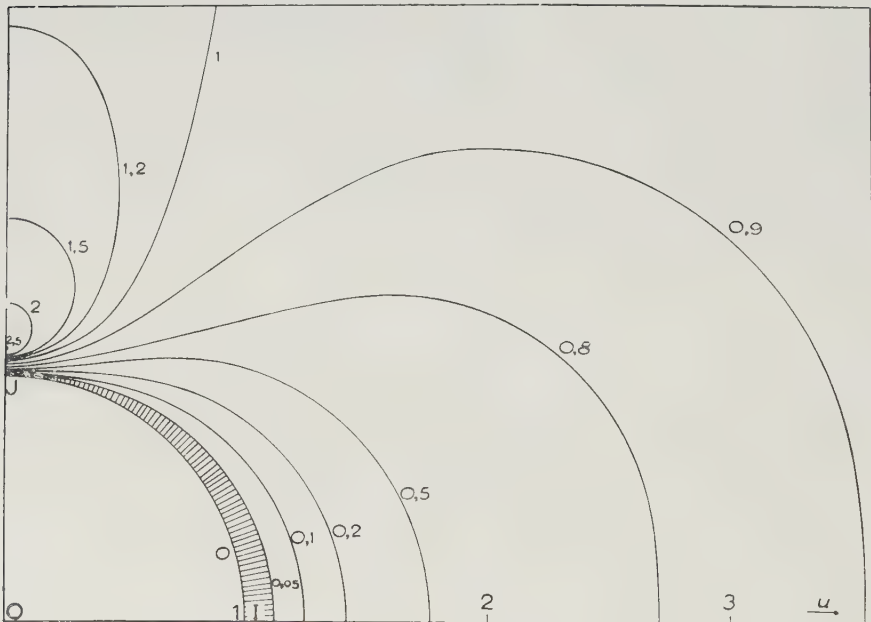


Fig. 46. — Écoulement de Laplace : lignes de taux constants

b) *Choix de σ_0 .*

Nous avons vu comment déterminer σ_0 . Pour la poudre «Lo bis», on peut admettre :

$$\sigma_0 = 35^\circ.$$

Nous avons effectué, pour cette valeur, le calcul du *taux moyen central* en tout point du champ de Laplace, dans le but de confronter les résultats obtenus, avec les apparences expérimentales.

c) *Résultats.*

Nous avons conduit les calculs, tantôt par des méthodes d'approximation, comme celle dont nous venons de donner un exemple; tantôt par la méthode générale de transformation du cône Γ . Les résultats sont donnés par la *figure 46*, qui représente les *lignes d'égal taux moyen*, et par suite d'égale brillance apparente, dès que le nombre et la vitesse des particules, ainsi que le temps de la pose, sont suffisants.

Dans la zone hachurée, qui correspond à un taux inférieur à 0,05, la *visualisation sera particulièrement difficile*.

4. — **Vérification expérimentale.**

a) *Difficultés.*

On pourrait chercher à retrouver les lignes de la *figure 45* sur tous les clichés du chapitre II. Cependant, si la région voisine du point d'arrêt semble effectivement pauvre en particules sur presque toutes ces photographies, les autres apparences sont souvent moins nettes. En voici les raisons :

α) *Inégalités de la répartition initiale.* — Dans le but même de combattre la mauvaise orientation en certaines régions, nous y avons envoyé une densité de lamelles particulièrement forte, à l'aide de sondes supplémentaires.

β) *Rotations initiales.* — A l'émission, ou lors de la traversée des filtres, les particules acquièrent en général une rotation, qui s'amortit lentement, à moins que les particules ne soient d'une extrême finesse (1). Il en résulte une perturbation totale des orientations.

γ) *Sillage.* — La présence du sillage modifie les apparences vers le point J.

b) *Envoi de poudre en « nuage ».*

Pour éliminer l'influence des deux premiers facteurs, nous avons envoyé, en un nuage aussi uniforme que possible, de la poudre très fine « Lo bis »; la *figure 47* correspond à ces conditions, mais nous n'avons pu éviter une plus grande richesse de distribution vers les lignes de courant supérieures.

D'après une remarque faite plus loin (2), les inégalités d'éclairement aux différents points de la plaque ne peuvent provenir que des phénomènes d'orientation; elles

(1) Chapitre IV.

(2) Chapitre V.

correspondent assez fidèlement aux résultats du calcul. Cependant, on constate une divergence dans la région du point I : le maximum de brillance, qui devrait se trouver vers l'axe OY, est déplacé vers l'amont au voisinage de l'obstacle, tout en rejoignant,

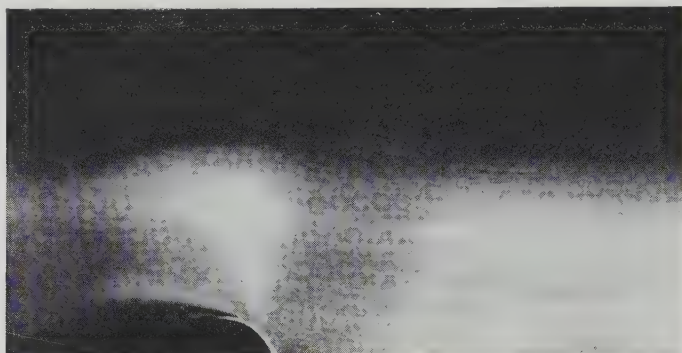


Fig. 47. — Écoulement autour d'un cylindre : zones d'inégale luminosité
 $R_0 = 0,75$ cm; $V_0 = 30$ m/s. Poudre « Lo bis » très sélectée : $K_0 = 50\,000$

un peu plus haut, la position calculée. Ce phénomène est probablement causé par la présence du sillage.

c) *Écoulement à grande vitesse.*

La figure 48 montre les apparences d'orientation, présentées par un écoulement à 200 m/s autour d'un tube de Pitot.

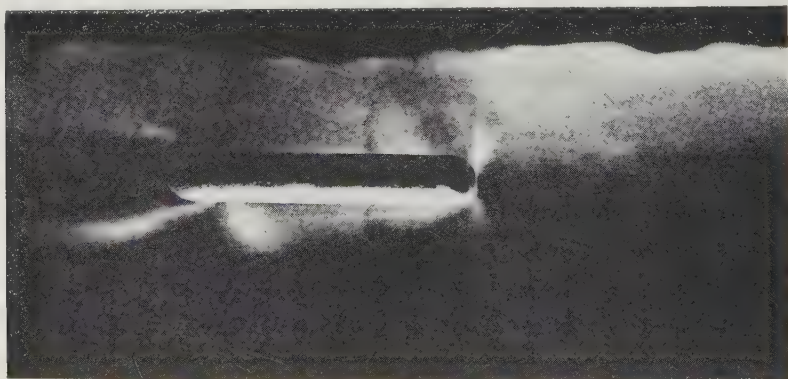


Fig. 48. — Écoulement autour d'un tube de Pitot : zones d'inégale luminosité
 $V_0 = 200$ m/s. Poudre « Lo bis » : $K_0 = 12\,000$

La considération des brillances apparentes fournit donc un nouveau moyen d'investigation : très sensible, elle permet parfois de déceler, d'emblée, sur une seule photographie, certains caractères que la méthode chronophotographique n'aurait pu révéler que par la comparaison quantitative de plusieurs clichés.

CHAPITRE IV

SUR LA ROTATION DES PARTICULES

Sur certains clichés de visualisation, pris en éclairage continu, les trajectoires particulières ne se présentent pas comme un trait uniforme : *leur épaisseur subit des variations, généralement périodiques*; l'amincissement peut même aller jusqu'à la disparition totale. Ces phénomènes ont été signalés, pour la première fois, par MM. FOCH et CHARTIER [3], qui, photographiant un jet d'air très turbulent, mirent en évidence des « *ponctués* » caractéristiques et les rattachèrent aux intensités tourbillonnaires.

Nous verrons plus loin ⁽¹⁾ que l'épaisseur du trait est liée à l'exposition de la plaque photographique; or, ce facteur dépend de la quantité de lumière renvoyée sur l'objectif, laquelle est elle-même, toutes choses égales d'ailleurs, fonction de l'orientation plus ou moins favorable de la particule considérée.

Cette orientation vient d'être étudiée ⁽²⁾ en admettant que, conformément aux hypothèses de la « *suspension parfaite* », le plan de la lamelle évolue comme ferait le plan fluide virtuel correspondant. Mais, de même qu'il existe toujours une certaine vitesse relative V_{FP} des particules par rapport à l'air, de même il existe une certaine vitesse relative de rotation, Ω_{FP} . Par suite, *la rotation d'une particule traduira plus ou moins fidèlement la rotation de l'élément fluide coïncidant* : étudions ce phénomène.

AMORTISSEMENT DE LA ROTATION D'UNE LAMELLE MINCE

1. — Lamelle circulaire. — Formule de M. MOREAU.

Soit un disque plan, de diamètre d , d'épaisseur e , de masse m , de masse spécifique ρ , en suspension dans un fluide au repos de viscosité μ . A l'instant initial, nous le supposons animé d'une vitesse de rotation Ω_{0FP} , relativement au fluide environnant.

D'après M. MOREAU [14], le couple résistant, dont l'effet est d'amortir le mouvement, a pour expression :

$$(68) \quad L = - l \Omega_{FP},$$

avec :

$$(69) \quad l = \frac{4}{3} \mu d^3.$$

(1) Chapitre V.

(2) Chapitre III.

On remarquera que *le couple est indépendant de la position de l'axe de rotation par rapport au plan du disque.*

L'équation du mouvement du disque est, par suite, en fonction du temps t et du moment d'inertie I relatif à l'axe de rotation :

$$(70) \quad I \frac{d \Omega_{FP}}{dt} = - l \Omega_{FP},$$

ou, par intégration :

$$(71) \quad \Omega_{FP} = \Omega_{0FP} e^{-\frac{l}{I} t},$$

l'indice 0 correspondant à l'instant initial.

L'amortissement du mouvement dépend donc essentiellement du facteur :

$$(72) \quad \beta = \frac{l}{I}.$$

Étudions deux cas particuliers :

a) *Rotation autour d'un diamètre.*

Le moment d'inertie correspondant est :

$$I_1 = \frac{m d^2}{16} = \frac{\pi e \rho d^4}{64},$$

d'où le facteur d'amortissement :

$$\beta_1 = \frac{256}{3} \frac{\mu}{\pi} \frac{1}{de} \frac{1}{\rho} = 28 \frac{\mu}{de} \frac{1}{\rho}.$$

b) *Rotation autour de l'axe du disque.*

$$I_2 = \frac{m d^2}{8}.$$

Soit :

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{2} = 14 \frac{\mu}{de} \frac{1}{\rho}.$$

Pour tout autre axe de rotation, l'amortissement β serait compris entre β_1 et β_2 .

c) *Remarque.*

Le paramètre β et le coefficient d'entraînement de la particule ont la même dimension, $\frac{1}{T}$. On peut donc relier β au coefficient maximum d'entraînement du disque (1).

$$K = \frac{k}{m} = \frac{32 \mu}{\pi d e \rho}.$$

Il vient :

$$(73) \quad \beta_1 = \frac{8}{3} K, \quad \beta_2 = \frac{4}{3} K.$$

Ce résultat permet d'avoir idée de l'ordre de grandeur de β , lorsque la particule n'est plus circulaire et n'est connue que par son coefficient K . En pareil cas, nous attribuerons à β la valeur $2 K$, qui, pour une particule circulaire, représenterait un coefficient d'amortissement moyen.

2. — Applications numériques.

a) *Particule circulaire.*

α) *Très grande particule.* — Admettons les valeurs suivantes :

$$d = 200 \text{ microns} = 0,04 \text{ cm};$$

$$e = 5 \text{ microns} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm};$$

$$\mu = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ C. G. S.};$$

$$\rho = 2,7 \text{ C. G. S.}.$$

Il vient :

$$\beta_1 \approx 96, \quad \beta_2 \approx 48.$$

Après $1/200$ de seconde, la rotation est réduite au tiers environ de sa valeur initiale si le disque tourne autour d'un diamètre; aux six dixièmes seulement s'il tourne autour de son axe.

β) *Petite lamelle.*

$$d = 5 \text{ microns} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm};$$

$$e = 1 \text{ micron} = 10^{-4} \text{ cm}.$$

Il vient :

$$\beta_1 = 36\,000, \quad \beta_2 = 18\,000.$$

Après $1/10\,000$ de seconde, la rotation est, suivant le cas, réduite au $1/25$ ou au $1/5$ de sa valeur initiale.

(1) Chapitre II.

b) *Particule de forme quelconque.*

Soit une particule, de forme inconnue, caractérisée par son coefficient K . Puisque nous cherchons seulement un ordre de grandeur, nous poserons, en vertu d'une remarque déjà faite :

$$\beta = 2 K.$$

De même, à une *poudre de coefficient minimum* K_0 , nous attribuerons un coefficient d'*amortissement minimum* :

$$\beta_0 = 2 K_0.$$

Le tableau XI donne alors les valeurs de β_0 pour les poudres usuelles; il indique le temps après lequel la rotation est réduite au 1/100 de sa valeur; enfin, pour fixer les idées, nous avons calculé la distance parcourue pendant ce temps, la vitesse étant supposée égale à 25 m/s.

TABLEAU XI

POUDRE	K_0	β_0	TEMPS DE RÉDUCTION au 1/100 (s)	LONGUEUR PARCOURUE (cm)
Grosses paillettes	100	200	0,02	50
Fines paillettes	500	1 000	0,004	10
B. P. 140	2 500	5 000	0,0008	2
Lo bis	12 000	24 000	0,0002	0,4
Lo bis sélectionnée	30 000	60 000	0,00007	0,17
Lo bis très sélectionnée	50 000	100 000	0,00004	0,1

PARTICULE EN SUSPENSION DANS UN ÉCOULEMENT

1. — Étude théorique.

a) Équation du mouvement.

Le plan de la lamelle tend à évoluer comme l'élément fluide E dont elle tient la place. Mais cet élément possède en général une rotation non uniforme; un couple d'inertie prend donc naissance, d'où un décalage entre les deux vitesses de rotation; après un temps t , il existera un écart angulaire ε entre la lamelle et le plan fluide E qui coïncidait avec elle à l'instant initial.

Soit :

$$(74) \quad \Omega_{\text{FP}} = \frac{d\varepsilon}{dt},$$

la rotation de la lamelle, relativement au plan fluide E; soit Ω_{SF} la rotation de ce plan lui-même, mesurée par rapport à des axes fixes.

M. MOREAU a montré que l'on peut écrire :

$$I \frac{d\Omega_{\text{SP}}}{dt} = -l\Omega_{\text{FP}} = -l \frac{d\varepsilon}{dt},$$

ou :

$$(75) \quad \frac{d\Omega_{\text{SP}}}{dt} + \beta\Omega_{\text{FP}} = 0.$$

Cela revient à poser qu'en première approximation la déformation locale du fluide n'influence pas le phénomène.

Par ailleurs, M. MOREAU a établi que, pourvu que ε restât assez petit, la relation (75) était intégrable tout le long d'une ligne de courant.

b) *Étude de cette équation.*

α) Il arrive parfois que le cliché permette d'évaluer $\frac{d\Omega_{\text{SP}}}{dt}$; si l'on connaît une limite inférieure de β , on en déduira une limite supérieure de la rotation relative Ω_{FP} .

β) Puisque :

$$\vec{\Omega}_{\text{SP}} = \vec{\Omega}_{\text{SF}} + \vec{\Omega}_{\text{FP}},$$

l'équation (75) peut encore s'écrire :

$$(76) \quad \frac{d\vec{\Omega}_{\text{SF}}}{dt} + \frac{d\vec{\Omega}_{\text{FP}}}{dt} + \beta\vec{\Omega}_{\text{FP}} = 0.$$

Quand le champ est connu théoriquement, il est possible de calculer $\frac{d\vec{\Omega}_{\text{SF}}}{dt}$, et, par suite, $\vec{\Omega}_{\text{FP}}$, par intégration de l'équation linéaire (76).

γ) Quand l'on connaît une limite supérieure M du module de $\frac{d\vec{\Omega}_{\text{SF}}}{dt}$ sur la trajectoire considérée, on peut utiliser l'inégalité suivante, tirée de (76) :

$$(77) \quad |\Omega_{\text{FP}} - \Omega_{0\text{FP}} e^{-\beta t}| \leq \frac{M}{\beta}.$$

c) *Glissement angulaire.*

Le glissement angulaire ε joue un rôle important dans les calculs d'orientation, puisqu'il fixe l'écart entre l'orientation réelle de la particule et son orientation théorique. Cherchons à le borner supérieurement.

L'écart à considérer est celui qui s'est établi entre l'instant t où l'on prend la photographie, et l'instant antérieur 0, où toutes les lamelles qui figurent sur le cliché se trouvaient à une distance amont suffisante pour que la répartition de leurs normales fût pratiquement uniforme.

L'expression théorique de ce glissement est :

$$\varepsilon = \int_0^t \Omega_{FP} dt,$$

ou, d'après (75) :

$$(78) \quad \varepsilon = \frac{\Omega_{SP} - \Omega_{0SP}}{\beta}.$$

Mais, puisque, à l'instant initial, la particule se trouve loin à l'amont, en une région d'écoulement uniforme :

$$\Omega_{0SP} = 0,$$

et par conséquent :

$$(79) \quad \varepsilon = \frac{\Omega_{SP}}{\beta}.$$

Admettons que, sauf cas exceptionnels, tels que chocs ou traversée de régions tourbillonnaires, Ω_{SP} reste inférieur à la plus grande valeur Ω_M , prise entre 0 et t par la rotation Ω_{SF} de l'élément virtuel E. Il vient :

$$(80) \quad \varepsilon < \frac{\Omega_M}{\beta}.$$

D'où une limite supérieure de l'écart angulaire.

2. — Applications numériques.

a) Écoulement de Laplace.

Considérons, pour fixer les idées, une particule initialement normale au plan directeur de l'écoulement et contenant la tangente à sa trajectoire. Majorons l'écart angulaire ε qu'elle est susceptible de présenter, en un point quelconque du champ.

Rappelons les notations du chapitre III :

δ : angle de la tangente avec l'axe de l'écoulement;

ds : élément d'arc de la trajectoire;

R : rayon de courbure de la trajectoire;

R_0 : rayon du cylindre;

V : vitesse locale;

V_0 : vitesse générale.

$$(81) \quad \Omega_{SF} = \frac{d\delta}{dt} = \frac{d\delta}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{V}{R}.$$

Or, comme nous l'avons montré, le maximum de $\frac{V}{R}$, dans tout le champ, est :

$$\Omega_M = 2 \frac{V_0}{R_0}.$$

Par suite :

$$(82) \quad \varepsilon < \frac{1}{\beta} 2 \frac{V_0}{R_0}.$$

α) *Remarque.* — Pour toute lamelle ayant une orientation initiale différente de celle que nous venons d'étudier, l'écart ε serait inférieur, car le maximum de rotation des éléments fluides correspondants serait inférieur à $2 \frac{V_0}{R_0}$.

β) *Généralisation.* — Nous avons défini (1) le paramètre de fidélité α et montré qu'en tout point :

$$\alpha < \frac{1}{K} 2 \frac{V_0}{R_0}.$$

Mais β est de l'ordre de $2 K$. Par suite, l'écart angulaire ε est inférieur à α , qui lui-même reste petit si la visualisation est correcte.

Par conséquent :

Le glissement angulaire d'une particule est négligeable dans toute visualisation correcte de l'écoulement de Laplace.

Il est très probable que cette conclusion vaut pour un écoulement irrotationnel quelconque. Elle tombe en défaut quand la particule est lancée avec une vitesse de rotation initiale assez grande pour n'être pas amortie à l'entrée de la région explorée.

b) Valeur pratique des poudres,

Supposons que, lors de leur mise en suspension dans l'écoulement, les particules aient une rotation propre notable Ω_{0sp} . Avant de parvenir à la tranche éclairée, elles vont traverser une région d'écoulement à peu près uniforme, où la rotation propre du fluide sera nulle; par suite, leur rotation s'amortira conformément aux calculs du début de ce chapitre. En se reportant au tableau XI, on voit aisément que la rotation initiale des poudres «B.P. 140», «Lo bis» et plus fines sera toujours amortie à l'entrée de la zone explorée. Par contre, les «paillettes» pourront encore présenter une rotation appréciable, à moins que l'émission ne se fasse loin à l'amont.

Toute variation notable de l'épaisseur d'une trajectoire particulière, observée sur un cliché chronophotographique de fidélité correcte, traduit donc une rotation du fluide environnant la particule, si celle-ci est suffisamment petite pour que l'amortissement des rotations propres qu'elle peut prendre accidentellement soit quasi-instantané.

Dans le domaine actuel de la chronophotographie, les poudres «B.P. 140» et plus fines ($K_0 > 3000$) réalisent pratiquement cette condition.

(1) Chapitre IV.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PHÉNOMÈNE D'AMORTISSEMENT

1. — Examen de photographies.

a) Conditions d'expérimentation.

Considérons les *figures* 38 et 49. Elles correspondent aux conditions suivantes :

- vitesse générale : $V_0 = 25$ m/s;
- rayon du cylindre : $R_0 = 1,5$ cm.

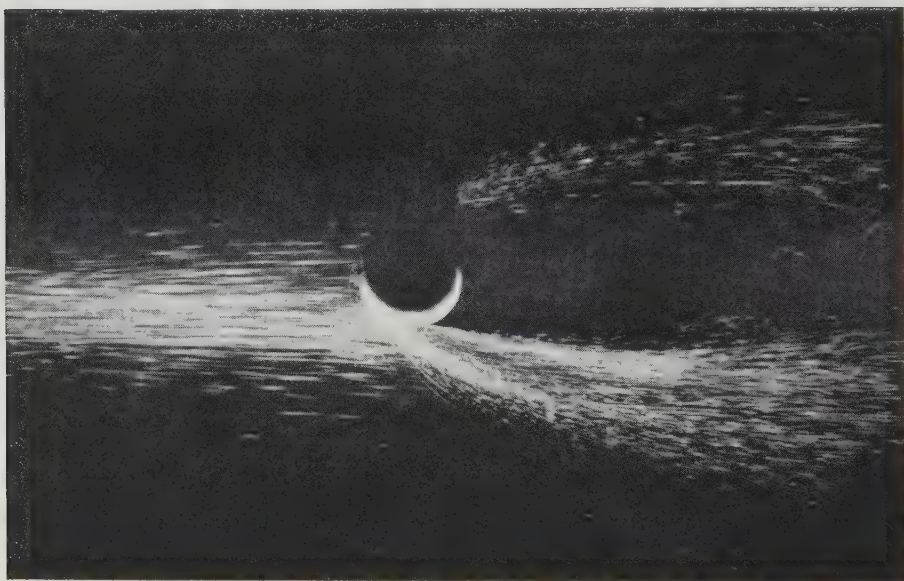


Fig. 49. — Écoulement autour d'un cylindre : chocs et rotations
 $R_0 = 1,5$ cm; $V_0 = 25$ m/s. Poudre « Grosses paillettes » ; $K_0 = 100$

Les particules utilisées sont de « grosses paillettes ». Leur coefficient minimum K_0 est voisin de 100 : cette faible valeur explique les phénomènes de choc et de dispersion qui prennent naissance sur l'obstacle.

b) Effet du choc.

Le choc imprime, à la particule qui le subit, un mouvement de rotation, qui, en raison de la faible valeur de K_0 (et par suite de β_0), ne s'amortit que lentement. Par ailleurs, du fait de l'impulsion reçue, la particule est déviée de son parcours normal. Ces deux effets se traduisent, sur le cliché, par une courbe ponctuée, d'allure parabolique.

Les *figures* 38 et 49 présentent un certain nombre de ces trajectoires « aberrantes ». Nous allons étudier, sur la *figure* 38, la courbe la plus éloignée de l'axe de symétrie : elle prend naissance au voisinage du point d'arrêt et peut être suivie jusqu'à la partie inférieure droite de la photographie.

2. — Méthode d'étude de la courbe.

a) Buts et hypothèses.

Nous nous proposons essentiellement de déterminer :

α) le *coefficient d'entraînement* $\tilde{K}$ de la particule qui a décrit la trajectoire considérée;

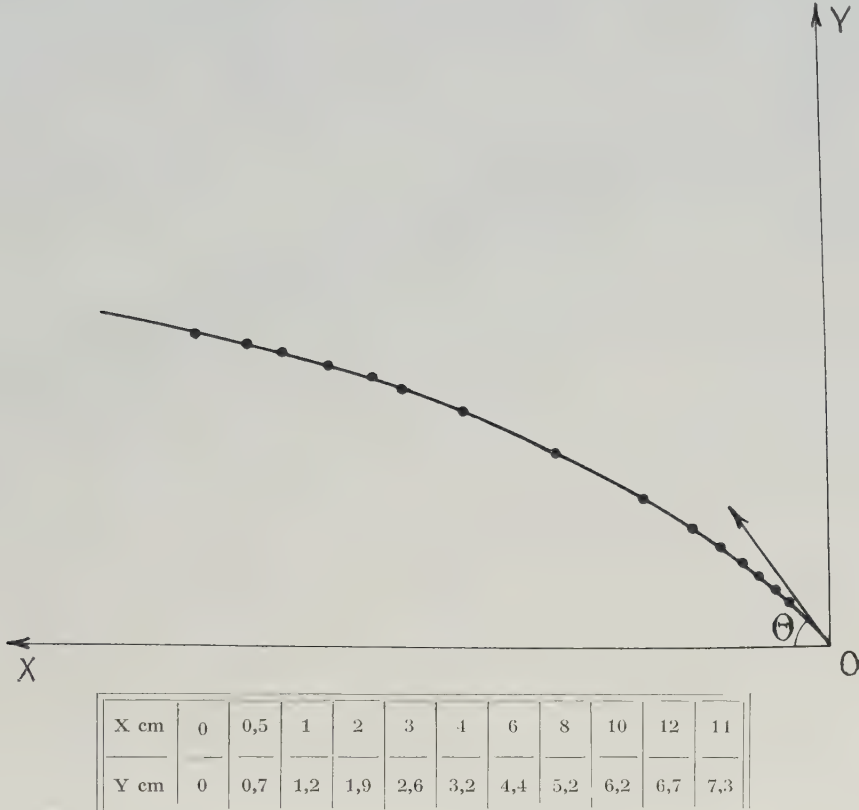


Fig. 50

Relevé d'une trajectoire particulière. Les points correspondent aux maxima de brillance

β) le *facteur d'amortissement* β de cette particule.

Nous étudierons la courbe, non pas à partir du point de choc, mais à partir d'une origine située à $2 R_0$ environ de l'axe de l'écoulement. En effet, les points plus rapprochés sont incertains; et surtout, au delà de la distance $2 R_0$, nous pouvons admettre qu'en tout point du champ la vitesse $\vec{V}$ est peu différente de la vitesse générale $\vec{V}_0$. La structure de l'écoulement de Laplace autorise cette assimilation, comme le montrent les différents clichés du chapitre II et notamment la *figure 37*.

b) Relevé de la courbe.

Nous rapportons la courbe à un système d'axes XOY (*fig. 50*). L'origine O est au point choisi pour commencer l'étude de la courbe, $\vec{OX}$ est parallèle à $\vec{V}_0$, $\vec{OY}$ est

orienté de telle sorte que la courbe se trouve dans le premier quadrant. Nous relevons, sur la photographie, les coordonnées X , Y des points visibles de la trajectoire.

Pour origine du temps, nous prenons l'instant où la particule est en O .

c) *Étude du mouvement de la lamelle.*

α) Soit un axe X_0 , parallèle à la vitesse initiale relative $(\vec{V}_i)_{FP}$ et animé de la translation $\vec{V}_0$.

Dans le cadre des hypothèses du chapitre II, l'équation du mouvement est évidemment :

$$\frac{d^2 X_0}{dt^2} = -K \frac{dX_0}{dt},$$

ou, par intégration :

$$(83) \quad X_0 = \frac{V_i}{K} (1 - e^{-Kt}).$$

β) Soit un système d'axes xoy , parallèles aux axes XOY , mais animés de la translation $\vec{V}_0$.

φ étant l'angle $(\vec{V}_0, \vec{V}_i)$:

$$(84) \quad \begin{cases} x = X_0 \cos \varphi = \frac{V_i}{K} \cos \varphi (1 - e^{-Kt}); \\ y = X_0 \sin \varphi = \frac{V_i}{K} \sin \varphi (1 - e^{-Kt}). \end{cases}$$

γ) Enfin, par rapport au système fixe XOY :

$$(85) \quad \begin{cases} X = \frac{V_i}{K} \cos \varphi (1 - e^{-Kt}) + V_0 t; \\ Y = \frac{V_i}{K} \sin \varphi (1 - e^{-Kt}). \end{cases}$$

Telle est la représentation paramétrique de la courbe que décrit théoriquement une particule de coefficient K , lancée dans un écoulement uniforme $\vec{V}_0$ avec la vitesse relative initiale $\vec{V}_i$.

La courbe présente une asymptote :

$$(86) \quad Y_\infty = \frac{V_i}{K} \sin \varphi.$$

Elle dépend de quatre paramètres : V_0 , qui nous est connu, V_i , φ , K .

8) *Représentation cartésienne.* — Éliminons la variable t :

$$(87) \quad Y = \frac{V_i}{K} \sin \varphi \left[1 - e^{\frac{K}{V_0} (x \cot \varphi - x)} \right].$$

d) *Confrontation avec la courbe expérimentale.*

α) *Détermination de K , φ , V_i .* — Sur le cliché, on peut parfois relever l'ordonnée Y_A de l'asymptote avec une précision suffisante. On peut toujours mesurer l'angle θ de la tangente en 0 à la courbe avec l'axe OX .

Cette tangente a pour pente :

$$(88) \quad \operatorname{tg} \theta = \left(\frac{dY}{dX} \right)_0 = \frac{V_i \sin \varphi}{V_i \cos \varphi + V_0}.$$

Pour déterminer nos paramètres, nous avons ainsi les équations (86) et (88). Nous en obtenons une troisième, en substituant, dans l'équation (87), les coordonnées d'un point de la courbe.

REMARQUE. — Si le cliché ne permet pas une bonne estimation de Y_A , on remplace l'équation (86) par le résultat de substitution, dans (87), des coordonnées d'un second point de la courbe.

Les paramètres K , φ , V_i sont alors déterminés. Il est possible de construire la *courbe théorique* correspondante, et de vérifier sa coïncidence avec la *courbe expérimentale*.

β) *Notations.* — Pour simplifier les notations, posons :

$$\frac{V_i}{K} = \lambda, \quad \frac{K}{V_0} = \mu, \quad \frac{V_i}{V_0} = \lambda \mu.$$

Les équations de base deviennent :

$$(89) \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_A = \lambda \sin \varphi, \\ \operatorname{tg} \theta = \frac{\lambda \mu \sin \varphi}{1 + \lambda \mu \cos \varphi}, \\ Y = \lambda \sin \varphi [1 - e^{\mu(x \cot \varphi - x)}]. \end{array} \right.$$

e) *Calcul du facteur d'amortissement.*

α) *Cote en temps de la courbe.* — Partons de l'équation :

$$Y = Y_A (1 - e^{-Kt}).$$

Comme nous venons de déterminer K et Y_A , il est facile de faire correspondre, à toute valeur de Y , une valeur de t , et la courbe se trouve graduée en temps.

β) *Détermination des périodes initiale et finale.* — Soit T_0 l'intervalle de temps qui correspond à une rotation complète de la particule, aux environs de l'origine des coordonnées. De même, soit T la période qui correspond aux derniers points visibles de la trajectoire.

En mesurant la distance entre deux points successifs de la courbe ponctuée et en la divisant par la vitesse absolue de la particule, on obtient la demi-période correspondante : il suffira donc d'effectuer cette détermination vers les deux extrémités de l'arc de courbe.

γ) *Détermination de β .* — Enfin, si l'on désigne par t_0 et t les instants correspondants :

$$(90) \quad \frac{T}{T_0} = e^{\beta(t-t_0)}.$$

On obtient ainsi le paramètre β : d'après les calculs effectués au début de ce chapitre, on doit trouver une valeur comprise entre 1,3 K et 2,6 K, sauf une certaine tolérance résultant des approximations consenties.

3. — Calcul numérique des paramètres.

a) *Relevé de la courbe.*

Ayant choisi l'origine, nous avons relevé, sur papier transparent, les points de la trajectoire, et nous les avons joints par un trait continu. Nous avons mesuré la pente de la tangente en O ($\text{tg } \theta = 1,4$), ainsi que les coordonnées d'un certain nombre de points de la courbe.

La *figure 50* représente la courbe et le tableau de coordonnées. Nous avons rétabli la grandeur réelle, en multipliant les longueurs du cliché dans un rapport convenable.

b) *Détermination de l'asymptote et calcul de μ .*

L'examen de la courbe ne permet pas de fixer l'asymptote avec précision. Nous l'avons déterminée en substituant, dans une équation (89), les coordonnées des deux points :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{A (X = 4,} & \text{Y = 3,2),} \\ \text{B (X = 12,} & \text{Y = 6,7).} \end{array} \right.$$

La résolution du système obtenu donne :

$$Y_A = 14 \text{ cm,} \quad \mu = 0,032.$$

c) *Détermination de φ et de λ .*

α) *Paramètre φ .* — Partons de la seconde équation (89) qui s'écrit encore :

$$\cot \varphi = \cot \theta - \frac{1}{\mu Y_A}.$$

Il vient ici :

$$\cot \varphi = -1,5, \quad \underline{\varphi \neq 147^\circ}.$$

β) *Paramètre λ :*

$$Y_A = \lambda \sin \varphi,$$

$$\sin \varphi = 0,55,$$

d'où :

$$\underline{\lambda \neq 25}.$$

d) *Calcul de K et de V_i .*

$$\underline{K = \mu V_0 \neq 80},$$

$$\underline{V_i = \lambda K \neq 2000 \text{ cm/s}}.$$

La lamelle est donc particulièrement grande : le coefficient 80 correspond, pour un disque mince, à un produit diamètre par épaisseur d'environ 800 microns (1). Ce n'est pas étonnant, puisque nous avons choisi la trajectoire la plus excentrique.

La vitesse relative, au point pris comme origine, est encore de 20 m/s.

e) *Équation de la courbe.*

En coordonnées paramétriques :

$$(91) \quad \begin{cases} X = 2\,500\,t - 21(1 - e^{-80t}), \\ Y = 14(1 - e^{-80t}). \end{cases}$$

4. — Calcul du facteur d'amortissement.

a) *Cote en temps.*

Nous partons de l'équation :

$$Y = 14(1 - e^{-80t}),$$

et du tableau de coordonnées de la *figure 50*. Les calculs sont résumés dans le tableau XII.

(1) Chapitre II.

TABLEAU XII

X cm	0	1	2	4	6	8	10	12	14
Y cm	O	1,2	1,9	3,2	4,4	5,2	6,2	6,7	7,3
Y/14	O	0,086	0,136	0,23	0,31	0,37	0,44	0,48	0,52
1 — Y/14	1	0,914	0,864	0,77	0,69	0,63	0,56	0,52	0,48
e^{80t}	1	1,094	1,157	1,3	1,45	1,59	1,79	1,92	2,08
$\log_{(10)} e^{80t}$	O	0,039	0,063	0,114	0,161	0,201	0,253	0,283	0,31
80 t	O	0,09	0,144	2,262	0,37	0,46	0,58	0,65	0,73
t en millisecondes	O	1,1	1,8	3,3	4,6	5,7	7,2	8,1	9,1

b) *Calcul des périodes T_0 et T.*

Nous ferons le calcul vers les régions extrêmes :

$$t_0 = 1, \quad t = 9,1 \text{ millisecondes.}$$

α) *Distances parcourues pendant une rotation.*

$$\text{Point } t_0 = 1 : \quad l_0 = 0,4 \text{ cm;}$$

$$\text{Point } t = 9,1 : \quad l = 1,7 \text{ cm.}$$

β) *Vitesses absolues aux points correspondants :*

Par différentiation de (91), on trouve :

$$\text{Point } t_0 = 1 : \quad v_0 = 1\,370 \text{ cm/s;}$$

$$\text{Point } t = 9,1 : \quad v = 1\,800 \text{ cm/s.}$$

γ) *Périodes correspondantes :*

$$\text{Point } t_0 = 1 : \quad T_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ seconde;}$$

$$\text{Point } t = 9,1 : \quad T = 9 \cdot 10^{-4} \text{ seconde.}$$

Ces périodes correspondent sensiblement à des rotations de :

$$\underline{3\,300 \text{ t/s}} \quad \text{et} \quad \underline{1\,100 \text{ t/s.}}$$

REMARQUE. — On trouverait sensiblement les mêmes valeurs, par un calcul basé sur la transformation, en énergie cinétique de rotation, de l'énergie de translation perdue lors du choc.

8) *Calcul de l'amortissement.* — La formule (90) donne immédiatement :

$$\beta \approx 140 \approx 1,75 K.$$

La concordance de ces résultats avec les prévisions théoriques est très satisfaisante; elle montre que les approximations consenties au cours de nos théories étaient bien applicables aux conditions usuelles d'expérimentation.

APPLICATIONS

Dans ce qui suit, nous supposons les particules éclairées en lumière continue.

1. — Ponctués.

Nous appelons « *Ponctué* » une suite de points, imputables à la rotation de la particule chronophotographiée. Ces points correspondent aux maxima d'éclairement de la plaque : en effet, pendant une révolution, l'angle de la normale à la lamelle avec la bissectrice des directions d'éclairement et d'observation varie de manière continue et passe par deux minima relatifs, en général inégaux. A ces minima correspondent les points visibles de la trajectoire.

En dehors de cas analogues à celui que nous avons étudié, et qui correspondent à une rotation propre de la particule, sans lien avec la rotation de l'élément fluide virtuel coïncidant, *il est rare d'observer, sur les clichés de visualisation, des ponctués bien organisés.* Ces ponctués traduiraient l'existence d'une sorte de tourbillon de diamètre très petit et de grande vitesse de rotation : quelques milliers de tours-seconde. Un tel phénomène ne peut être fréquent; on le décèle pourtant quelquefois, notamment vers la frontière des régions tourbillonnaires.

2. — Effilochures.

Quand les rotations sont moins rapides, elles donnent, sur le cliché, un trait effilé aux extrémités; cette apparence, qui s'explique par des considérations photométriques (1), se rencontre fréquemment; pour l'observer dans toute sa netteté, il est indispensable d'arrêter le disque chronophotographique.

Les figures suivantes ont été prises en soufflerie Eiffel, sans hall de retour (2), avec de la poudre suffisamment fine pour qu'on puisse négliger sa durée d'amortissement.

(1) Chapitre V.

(2) Chapitre VII.

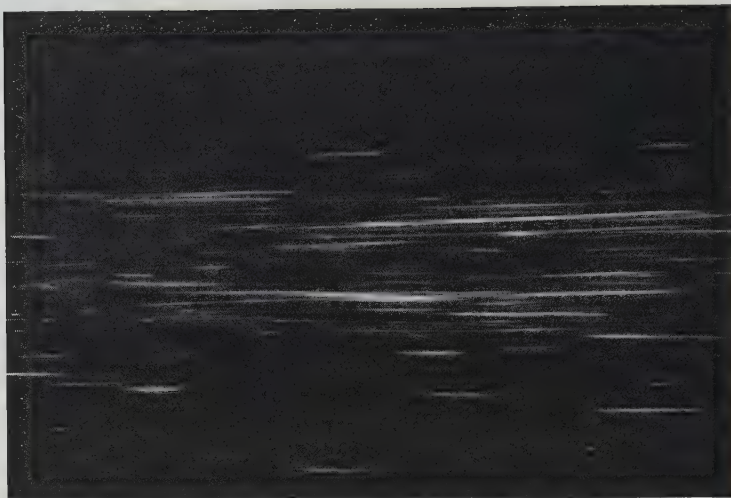


Fig. 51. — Rotations et effilochures dans une veine de soufflerie
 $V_0 = 10 \text{ m/s}$

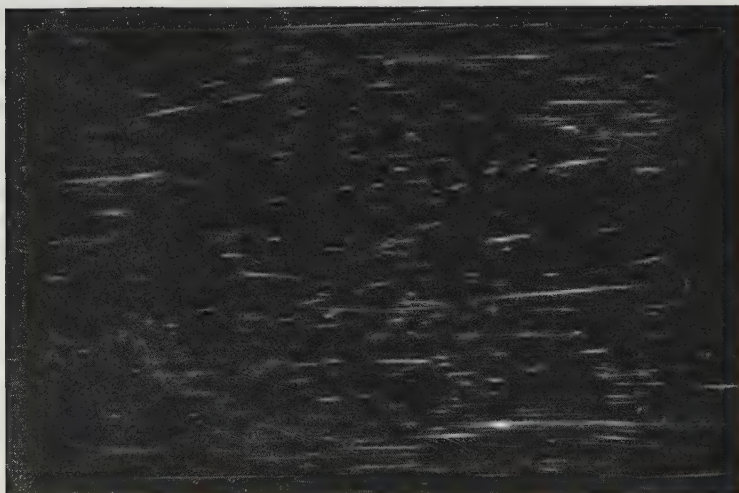


Fig. 52. — Effet d'une rafale sur une veine Eiffel
 $V_0 = 15 \text{ m/s}$

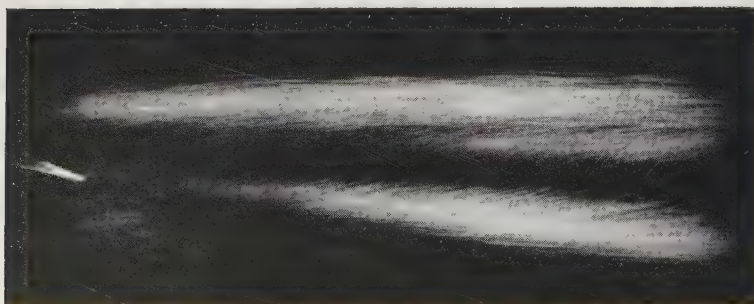


Fig. 53. — Tourbillon marginal d'une aile : effilochures
 $V_0 = 20 \text{ m/s}$

a) *Veine sans obstacle.*

La *figure 51* correspond à une veine sans obstacle, de vitesse modérée (10 m/s). Mais les filtres de la soufflerie avaient été enlevés. Dans ces conditions, l'écoulement n'est pas rigoureusement permanent et les trajectoires semblent un peu enchevêtrées; en outre, des effilochures, de périodes diverses, trahissent des rotations locales.

La *figure 52* correspond aux mêmes conditions, la vitesse étant toutefois supérieure (15 m/s); mais elle a été prise au moment d'une rafale de vent : on en aperçoit les conséquences.

REMARQUE. — L'observation des rotations facilite donc l'exploration des veines de soufflerie, la visualisation d'une veine de grande qualité ne devant, en principe, présenter aucune effilochure.

b) *Tourbillon marginal.*

La *figure 53*, prise à 20 m/s avec la poudre « B.P. 140 », visualise le tourbillon marginal d'une aile; outre un phénomène d'orientation propre à ce tourbillon ⁽¹⁾, on observera des effilochures, surtout dans la région où le tourbillon se raccorde avec le courant général.

REMARQUE. — L'examen d'un cliché permet, en général, de déterminer les vitesses de rotation, mais non pas l'axe autour duquel tourne la particule.

L'observation des rotations particulières est appelée à jouer un rôle important en chronophotographie. En effet, les petites rotations sont plus faciles à mettre en évidence que les petites variations locales de vitesse : alors que les premières se traduisent immédiatement par une modulation du flux reçu par la plaque, les secondes ne se révèlent pas sur le cliché, dont les interruptions donnent seulement des valeurs moyennes de la vitesse, suffisantes sans doute pour la plupart des applications, mais ne permettant guère l'étude des fluctuations instantanées.

Toutefois, pour entreprendre l'étude précise des rotations d'un écoulement, il est indispensable d'utiliser des particules extrêmement fines, ce qui entraîne ⁽²⁾ l'obligation de disposer d'un matériel très étudié et, notamment, d'un projecteur de puissance considérable : avec un tel matériel, on pourra déceler des particularités locales de structure de faible amplitude et peut-être atteindre, dans certaines conditions favorables, des facteurs de la turbulence.

(1) Chapitre VIII.

(2) Chapitre V.

CHAPITRE V

PROBLÈMES OPTIQUES

CONDITIONS D'OBTENTION D'UNE BONNE PHOTOGRAPHIE

Nous savons maintenant comment il faut choisir les particules, pour être assuré de la *fidélité* d'une visualisation. Il reste à étudier les moyens d'obtenir des photographies parfaitement exploitables.

Un bon cliché se caractérise par les qualités suivantes : les arcs visibles des trajectoires particulières forment un réseau harmonieux, sans intersections ni « *moulonnement* » (1); leur *répartition* dans les différentes régions de l'écoulement est à peu près uniforme; le *contraste* et la *netteté* sont suffisants pour permettre une bonne restitution du champ exploré.

Mais la réalisation de toutes ces conditions nécessite un matériel absolument impeccable : la moindre dissymétrie de la soufflerie ou des maquettes, la moindre fluctuation de l'écoulement dans la veine, la moindre irrégularité dans l'émission des poudres se répercutent aussitôt sur la photographie. Aussi la mise en œuvre de la technique chronophotographique exige-t-elle le plus grand soin : le regretter, ce serait reprocher à la méthode sa sensibilité même.

Nous allons examiner les principales difficultés qui se présentent à l'expérimentateur, en indiquant comment les atténuer, dans la mesure où le permet le matériel dont il dispose. Nous espérons que nos expériences auront précisé, pour chaque appareil, les caractéristiques qui correspondent aux meilleures conditions d'exploitation de la méthode : mais nous devons signaler que notre propre matériel, construit à une époque difficile, était souvent loin de répondre à ces caractéristiques optima.

Voici d'abord quelques détails sur la technique d'éclairement que nous avons utilisée.

PROJECTEUR CHRONOPHOTOGRAPHIQUE

Notre projecteur, du type Bréguet-Chartier, fut construit en 1943; il comprend une lampe à arc de haute intensité, une optique et un système d'interruption périodique de la lumière, réunis en un même ensemble (*fig. 54*).

(1) Par ce terme, M. CHARTIER désigne l'aspect sinueux que présentent les trajectoires particulières, quand l'écoulement visualisé est très turbulent.

1. — Lampe à arc.

a) Régime de marche.

La lampe est conçue pour un fonctionnement continu sous une intensité de 140 ampères, que l'on peut pousser à 220 ampères en régime de pointe. Cette surintensité, qui s'obtient en annulant une résistance-série, donne un supplément de brillance très appréciable [2]. Toutefois, si l'on en prolonge la durée, cette brillance décroît jusqu'à tomber au-dessous de sa valeur normale : l'arc devient instable et fumeux. On établira donc le régime de pointe au moment même de prendre la photographie.

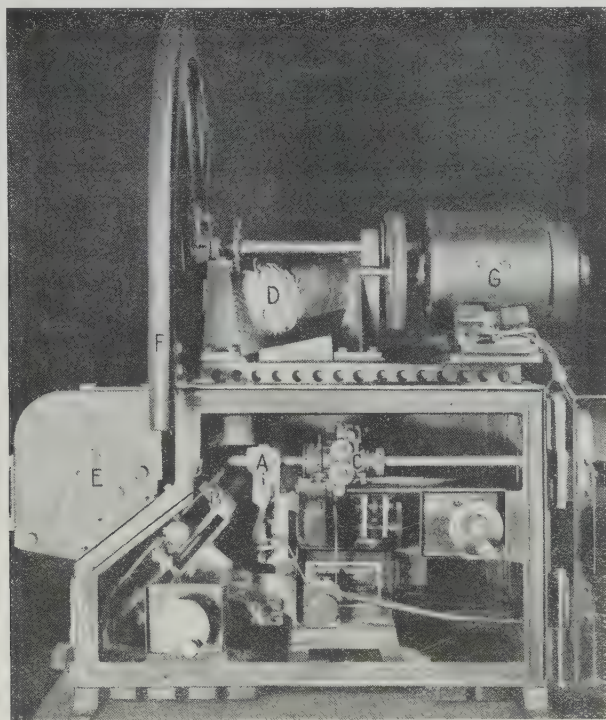


Fig. 54. — Le projecteur chronophotographique P₁

A : charbon positif; B : charbon négatif; C : mécanisme d'avancement du positif; D : cheminée d'évacuation des gaz; E : optique; F : disque chronophotographique; G : moteur du disque

b) Organes essentiels.

La lampe utilise un charbon positif de 13,6 mm de diamètre et 508 mm de longueur, et un négatif cuivré de 11 mm de diamètre et 230 mm de longueur ⁽¹⁾. Le courant leur est transmis au voisinage même du cratère, par des frotteurs de forte section.

Le charbon positif est muni d'un système d'*avance automatique* et d'un dispositif d'*autorotation*. Il est pratiquement possible de régler, une fois pour toutes, la vitesse

(1) Charbons Lorraine, références 552 et 555.

d'avancement : comme le négatif s'use peu, le projecteur est capable de fonctionner pendant une dizaine de minutes sans aucune retouche du réglage. Par ailleurs, la rotation du positif assure au cratère une forme de révolution, augmentant ainsi la stabilité de l'arc.

En raison de l'important dégagement de chaleur, il est nécessaire d'adapter un puissant ventilateur, qui favorise le refroidissement des pièces métalliques voisines du cratère, tout en éliminant les gaz et fumées de la combustion. Le tirage se fait par l'intermédiaire d'une cheminée en métal Uranus : l'expérience montre que la brillance obtenue dépend, dans une assez large mesure, de la puissance de ventilation.

Les différents organes que nous venons de décrire sont visibles sur la *figure 54*.

REMARQUE. — M. CHARTIER estime à plus de 1 200 bougies par millimètre carré la brillance du cratère, en régime de pointe [2].

2. — Optique

a) *Montage normal.*

Pour éclairer une tranche d'écoulement bien déterminée, il est indispensable de concentrer la lumière en un faisceau assez mince. D'autre part, il faut évidemment utiliser la plus grande partie possible du flux produit par l'arc : M. CHARTIER recueillait la lumière émise dans un angle solide d'environ 1,5 stéradian, grâce à une *lentille de Fresnel* de caractéristiques appropriées. Mais notre projecteur, construit en une période de grandes difficultés matérielles, ne put bénéficier d'une optique aussi satisfaisante : devant l'impossibilité de trouver des lentilles de Fresnel, il fallut lui adapter une portion de *miroir parabolique*, dont le foyer coïncide avec le cratère de l'arc.

Les rayons parallèles issus de ce premier miroir sont renvoyés, par un miroir plan, en un faisceau de section rectangulaire, qui peut être rendu horizontal ou vertical par pivotement du miroir plan (*fig. 55*). Le faisceau définitif a une largeur de 30 cm et une épaisseur de 6 cm.

L'imperfection de ce montage réside dans la faible valeur de l'angle solide utilisé : à peine 0,5 stéradian.

b) *Éléments additionnels.*

L'épaisseur du faisceau, soit 6 cm, est beaucoup trop grande pour une utilisation directe; deux procédés permettent de la réduire :

α) *Interposition d'un diaphragme.* — Mais il s'ensuit une perte importante de flux. En outre, le faisceau n'est jamais rigoureusement parallèle, puisque le cratère n'est pas ponctuel : par suite, en masquant ses bords, on diminue notablement l'intensité de la partie centrale. Pratiquement, on ne peut réduire à moins de 10 mm l'épaisseur du « plan lumineux ».

β) *Concentration du faisceau* par interposition de lentilles cylindriques. — Le plus souvent, nous avons adopté cette solution (1); mais il est bien difficile de trouver actuellement des lentilles de caractéristiques exactement adaptées au problème. Ce dispositif nous a cependant permis de réduire à 7 mm l'épaisseur du plan lumineux; un diaphragme demeure indispensable, pour délimiter exactement la tranche éclairée.

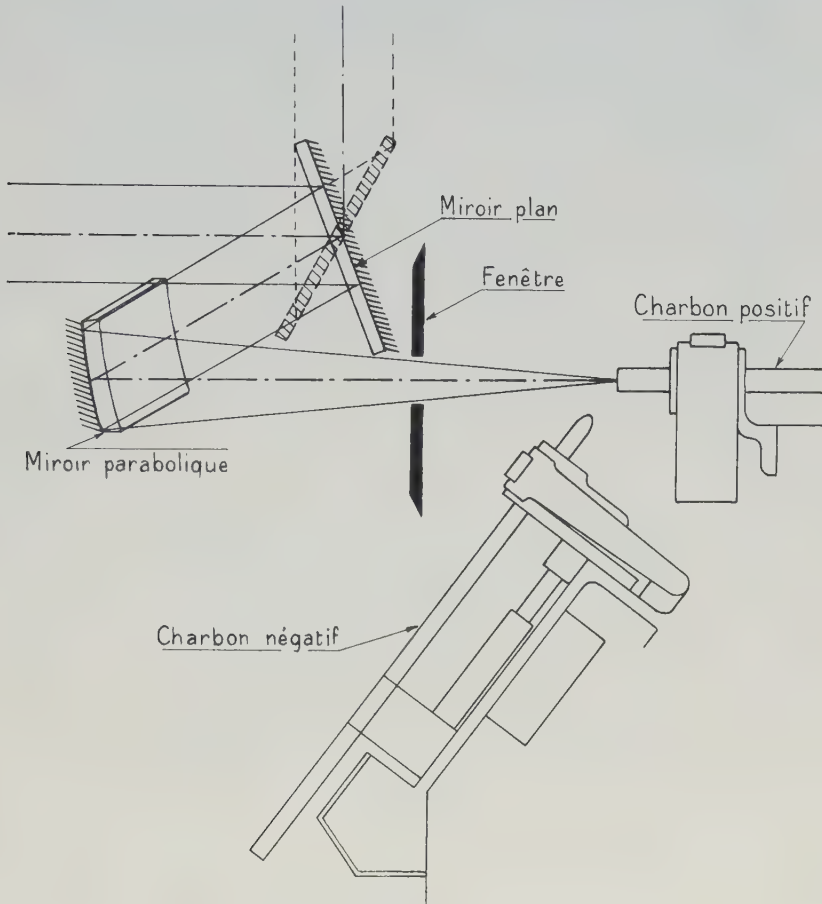


Fig. 55. — Schéma de l'optique du projecteur P₁

3. — Dispositif d'interruption de la lumière.

Un disque denté, en métal Uranus, est entraîné par un moteur à courant continu. Les dents interrompent périodiquement le faisceau lumineux, en passant devant une fenêtre, ménagée dans la paroi avant du projecteur, non loin du cratère.

Le diamètre du disque est de 50 cm; les dents, au nombre de 7, ont 3,6 cm de hauteur et 13 cm de largeur; l'espace libre entre deux dents est également de 13 cm. Un rhéostat permet le réglage de la vitesse du disque; ce rhéostat étant fixé à une certaine position, le disque met quelques minutes pour atteindre sa vitesse de régime, en raison de son inertie et de la résistance de l'air; mais, une fois établi, ce régime se

(1) Voir en particulier le chapitre VIII.

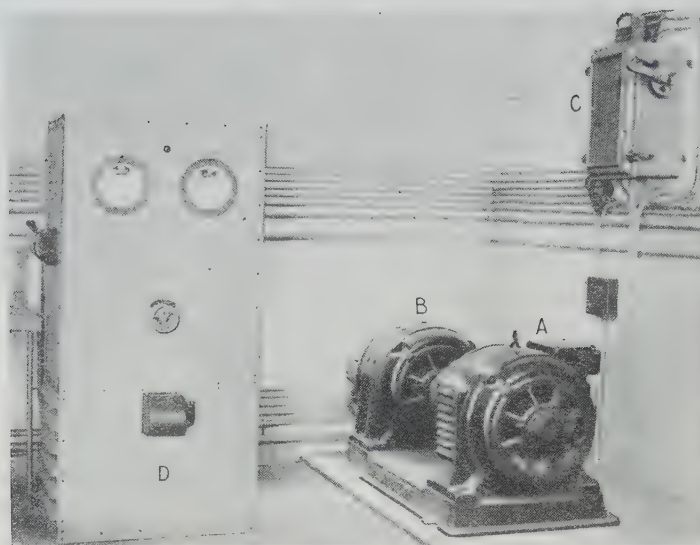


Fig. 56. — Groupe convertisseur Bréguet de 23 kilowatts
A : moteur; B : dynamo; C : armoire de démarrage;
D : armoire à contacteurs

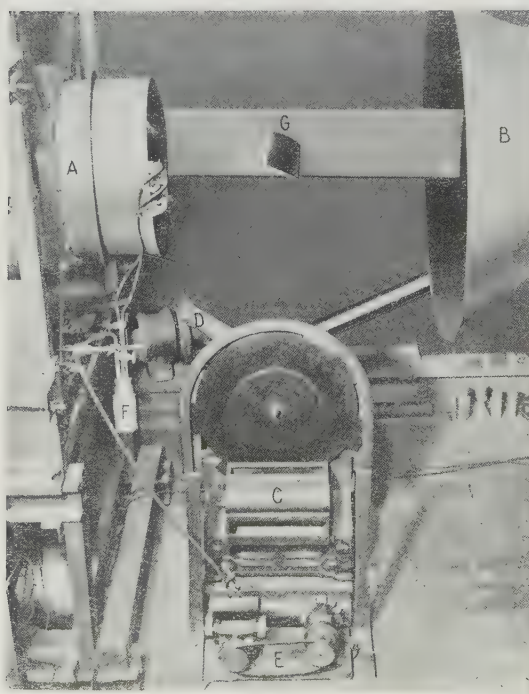
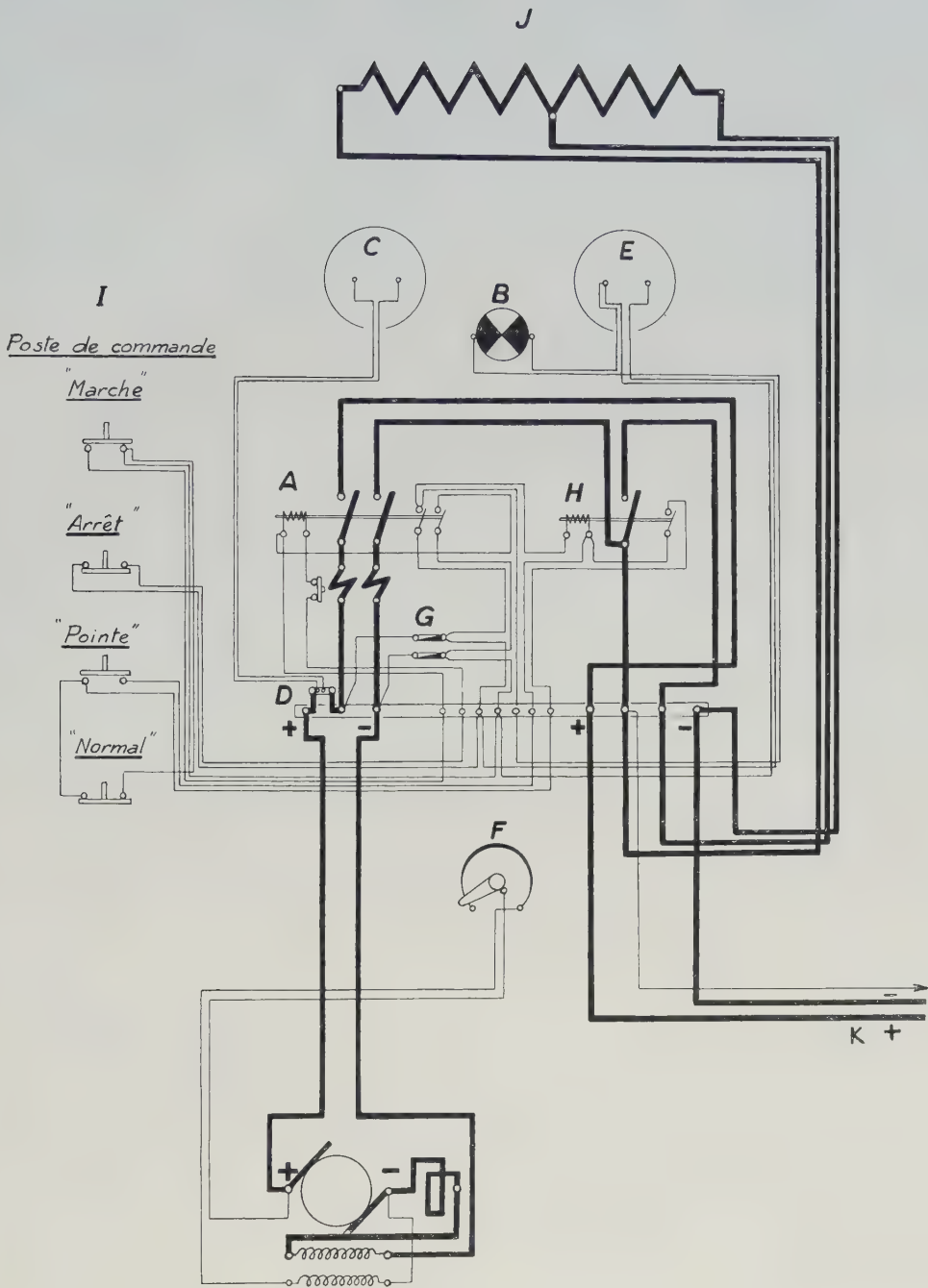


Fig. 58. — La chambre d'expériences
et le projecteur chronophotographique P,
Le montage réalisé permet la visualisation du tourbillon marginal d'une aile
A : collecteur; B : diffuseur; C : projecteur;
D : ventilateur d'extraction;
E : compresseur d'émission des poudres;
F : réservoir de poudres; G : maquette



GÉNÉRATRICE COMPOUND Courant continu
110-115 Volts - 23 Kw.

Fig. 57. — Circuits de commande du convertisseur

A, H : contacteurs magnétiques; B : lampe de signalisation; C : ampèremètre; D : shunt de l'ampèremètre;
 E : voltmètre; F : rhéostat d'excitation; G : coupe-circuit; I : poste de commande; J : résistance d'arc;
 K : vers l'arc

maintient parfaitement constant. Une came, en fermant un circuit électrique tous les 75 tours du disque, permet d'enregistrer son mouvement.

Disque et moteur sont fixés à la partie supérieure du projecteur. Le disque est monté *en bout* d'un arbre supporté par trois paliers; cette disposition limite la vitesse de rotation à environ 5 000 tours/minute (600 interruptions par seconde) : au delà, des risques d'accident seraient à craindre.

Pour éviter que la rotation ne provoque l'établissement d'un régime tourbillonnaire, qui pourrait affecter l'écoulement exploré, le disque est muni d'un carénage qui l'enveloppe presque entièrement. L'expérience montre que la rotation du disque aide à la ventilation du cratère de l'arc.

4. — Alimentation du projecteur.

Le courant continu d'alimentation est fourni par un *convertisseur* Bréguet, de 23 kilowatts (*fig.* 56). Une armoire-relais lui est annexée : outre les instruments de mesure habituels, elle renferme des contacteurs à électro-aimants, qui permettent d'établir à distance la connexion de la ligne principale et de court-circuiter la résistance de pointe. En plusieurs points des laboratoires, sont disposés des tableaux qui portent les prises de courant continu et les boutons de commande des contacteurs. Le schéma de l'ensemble est donné par la *figure* 57.

La *figure* 58 représente le projecteur, installé dans la chambre d'expériences.

LES INTERRUPTIONS CHRONOPHOTOGRAPHIQUES INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DU PLAN LUMINEUX SUR LA PRÉCISION

1. — Mécanisme des interruptions.

a) *Le problème.*

La lumière est interceptée par le passage des dents pleines devant une fenêtre ménagée près du cratère, de sorte que ni l'interruption, ni le rétablissement du faisceau ne sont instantanés. Or, le cliché donnera, compte tenu du grandissement, la distance L parcourue par une particule, entre l'instant t_1 , où elle est rencontrée par le plan lumineux, et l'instant t_2 , où elle lui échappe. *A partir de cette distance L , il faut calculer la vitesse V de la particule, connaissant la vitesse et le sens de rotation du disque* : nous allons établir la relation qui lie ces grandeurs et chercher, en particulier, l'erreur commise en utilisant la formule simple :

$$(92) \quad V = 2NL.$$

Dans cette relation, dont l'application rigoureuse suppose une coupure instantanée de tout le faisceau, N désigne la fréquence des interruptions.

b) *Données.*

La longueur de la fenêtre est $l_0 = 8$ cm. La longueur d'une dent est $l_1 = 13$ cm. La largeur du plan lumineux est $l_2 = 30$ cm.

Soit enfin v_1 la vitesse périphérique du disque, on a :

$$v_1 = 2 l_1 N,$$

car $2 l_1$ représente la distance des points homologues de deux dents consécutives.

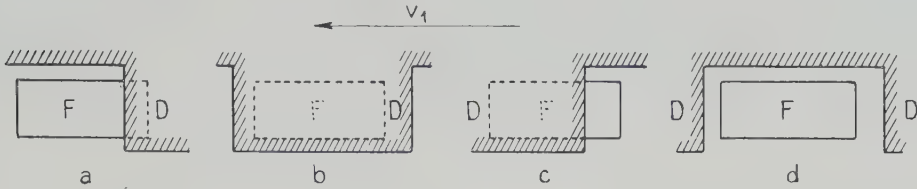


Fig. 59. — Mécanisme d'obturation de la fenêtre. D : dent; F : fenêtre

c) *Mécanisme d'obturation de la fenêtre.*

Supposons $l_1 > l_0$, ce qui est le cas de notre projecteur. Partons de l'instant où une dent pleine D arrive au bord de la fenêtre F.

Pendant un temps égal à $\frac{l_0}{v_1}$, l'obscurité avance avec la vitesse v_1 et gagne tout le champ (fig. 59 a).

Pendant $\frac{l_1 - l_0}{v_1}$, le champ demeure obscur (59 b).

Pendant $\frac{l_0}{v_1}$, la lumière avance (59 c).

Pendant $\frac{l_1 - l_0}{v_1}$, le champ reste éclairé (59 d).

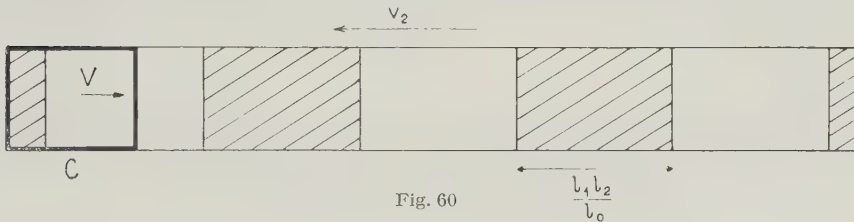


Fig. 60

Ces phénomènes se répercutent directement sur le plan lumineux issu de l'optique, avec une amplification de $\frac{l_2}{l_0}$; au point de vue de l'éclairage de la zone explorée, *tout se passe comme si une suite de tranches, de largeur $\frac{l_1 l_2}{l_0}$, alternativement lumineuses et obscures, défilaient avec la vitesse :*

$$v_2 = v_1 \frac{l_2}{l_0},$$

devant un cadre fixe C, de largeur l_2 : ce cadre représente la zone explorée, où nous considérons une particule, se déplaçant avec une vitesse V que, pour simplifier, nous supposons parallèle à v_1 (fig. 60).

d) *Éclairage des particules.*

Comptons positivement V , lorsque ce vecteur a le sens de v_2 . Une particule est touchée par la lumière à l'instant t_1 , elle lui échappe à t_2 ; évaluons :

$$t_2 - t_1 = dt.$$

Pendant le temps dt , la particule parcourt la longueur $V dt$; les tranches lumineuses parcourent $v_2 dt$. Le balayage est total lorsque :

$$\frac{l_1 l_2}{l_0} + V dt = v_2 dt,$$

$$dt = \frac{l_1 l_2}{l_0 (v_2 - V)}.$$

La longueur de l'arc de trajectoire éclairé est évidemment $V dt$. Mais c'est aussi L , en désignant par $2 L$ la distance de deux points homologues pris sur deux tirets successifs, distance qui sera donnée par le cliché chronophotographique.

Par suite :

$$(93) \quad V = \frac{l_2 L V_1}{l_1 l_2 + l_0 L}.$$

Tous les facteurs de cette formule sont connus.

e) *Discussion.*

Désignons par V^* la grandeur donnée par la formule simple (92) :

$$V^* = 2 N L,$$

et calculons l'erreur :

$$\varepsilon = \frac{V - V^*}{V}.$$

La relation (93) s'écrit, en introduisant la fréquence N :

$$V = \frac{2 N L}{1 + \frac{l_0 L}{l_1 l_2}}.$$

D'où l'on tire :

$$(94) \quad \varepsilon = - \frac{l_0 L}{l_1 l_2} = - \frac{V^*}{2 N} \frac{l_0}{l_1 l_2}.$$

REMARQUE. — v_1 et N doivent être comptés positivement, lorsque le balayage de la fenêtre par les dents du disque s'effectue dans le sens de l'écoulement.

Le terme :

$$\frac{l_0}{2 l_1 l_2}$$

est toujours petit; avec nos données, il est voisin de 1/100 en unités C.G.S. Pour pouvoir appliquer la formule (92) avec le minimum d'erreur, il faut accroître N, la vitesse V étant en général imposée. Par exemple, si $V = 10$ m/s et $N = 500$, il vient :

$$\varepsilon \neq \frac{1}{50}.$$

f) *Conclusion.*

La formule :

$$V = 2N L$$

est le plus souvent applicable; cependant, si d'une part le courant d'air est très rapide, sans que le matériel dont on dispose permette d'augmenter suffisamment la fréquence des coupures, et si d'autre part l'on exige une grande précision, il peut être nécessaire de tenir compte du terme correctif ε . Quand la vitesse de la particule n'est pas parallèle à l'axe de la soufflerie, cette correction porte seulement sur la composante axiale.

Mais la solution la meilleure serait évidemment de pouvoir accroître à volonté la fréquence des coupures; nous en examinerons les moyens dans la suite de cette étude.

2. — **Mesure de la fréquence des coupures.**

a) *Méthode du compte-tours.*

Quand une grande précision n'est pas indispensable, en particulier pour le réglage approché avant la prise de vue, on se contente de relever, à l'aide d'un compte-tours, la vitesse de rotation du disque. Mais il est difficile d'être assuré de la parfaite fidélité de cet instrument, de sorte qu'une certaine erreur reste possible.

b) *Méthode de l'enregistrement.*

L'Institut de Poitiers dispose d'un enregistreur à trois styles : une bande de papier se déroule d'un cylindre et s'enroule sur un autre; les styles, commandés par électro-aimants, y inscrivent des lignes parallèles.

L'un d'eux est relié à la came du disque chronophotographique ⁽¹⁾ : un contact s'établit tous les 75 tours, c'est-à-dire toutes les 525 coupures. Un autre est branché aux bornes d'une horloge spéciale, qui ferme le circuit à chaque demi-seconde. Le troisième est destiné à mesurer la vitesse du disque stroboscopique, indispensable à l'étude chronophotographique du champ autour de maquettes en rotation (hélices, moulinets, etc.).

Le diagramme obtenu permet la mesure de la fréquence avec une très faible erreur, que M. CHARTIER évalue à 2 % environ [2]. La vitesse de déroulement de la bande peut, sans grand inconvénient, évoluer légèrement dans le temps, comme il arrive lorsqu'elle s'enroule sur un cylindre à rotation constante.

(1) Page 112.

c) *Méthodes acoustiques.*

Le passage des dents devant la fenêtre, joint à l'aspiration du ventilateur d'extraction, produit un son très pur, dont la hauteur est égale à la fréquence des interruptions, qu'il permet par suite d'évaluer.

α) *Premier procédé.* — Si une grande précision n'est pas nécessaire et si l'expérimentateur a l'oreille exercée, il évaluera l'intervalle que présente le son avec celui d'un diapason étalonné, le disque ayant atteint sa vitesse de régime. Cette évaluation est possible au quart de ton près, soit avec une erreur de l'ordre de 3 %.

β) *Méthode de l'unisson.* — En agissant sur le rhéostat du moteur du disque, on peut réaliser l'unisson avec un diapason convenablement choisi. La manœuvre est parfois assez longue, car la vitesse de régime du disque ne s'établit pas instantanément; on obtient ainsi la fréquence à 0,5 % près.

γ) *Méthode du générateur basse fréquence.* — Il est commode d'utiliser un appareil électronique, formé d'un générateur d'oscillations à basse fréquence, qui agit sur un haut-parleur par l'intermédiaire d'un amplificateur. On obtient un son, dont on peut faire varier la hauteur en manœuvrant le condensateur variable de l'oscillateur.

Le disque ayant atteint son état de régime, on réalise l'unisson entre le son du disque et celui du haut-parleur; il suffit alors de lire la fréquence des interruptions sur le cadran du générateur basse fréquence. L'erreur ne dépasse pas 0,5 %.

Suivant les cas, nous avons utilisé l'une ou l'autre de ces différentes méthodes.

3. — Influence de l'épaisseur du plan lumineux sur la précision.

Nous avons dit que l'épaisseur e du plan lumineux ne pouvait guère être réduite au delà de 7 mm. Par suite, la distance de deux points homologues, pris sur deux tirets consécutifs d'une même trajectoire,

apparaîtra différente sur la plaque P, selon que la particule considérée sera voisine du bord a ou du bord b du plan lumineux L (fig. 61). Lors des mesures, on suppose implicitement que toutes les particules sont dans le plan moyen M, équidistant de a et de b : c'est d'ailleurs dans ce plan que se trouvent les repères de grandissement (1).

L'erreur maximum commise, de ce fait, sur la vitesse, est :

$$(95) \quad \varepsilon \leq \frac{1}{2} \frac{e}{D},$$

D étant la distance de l'objectif au plan lumineux.

(1) Chapitre VII.

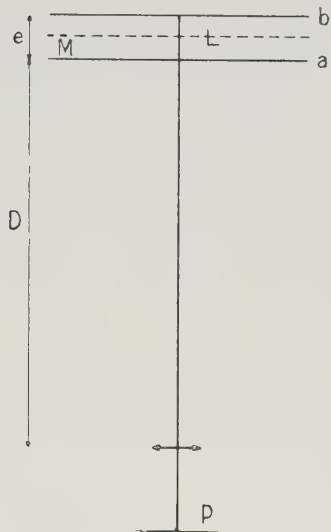


Fig. 61

Cette erreur pouvant intervenir en plus ou en moins, il faut considérer que l'imprécision résultant de l'épaisseur du plan lumineux est de $\frac{e}{D}$.

Par exemple :

$$e = 8 \text{ mm}, \quad D = 40 \text{ cm}, \quad \varepsilon \leq \frac{1}{50}.$$

SUR QUELQUES APPARENCES PRÉSENTÉES PAR LES CLICHÉS CHRONOPHOTOGRAPHIQUES

1. — Aspects particuliers aux visualisations en soufflerie.

Nos premiers essais de visualisation des champs aérodynamiques furent effectués avec un matériel et une technique adaptés aux écoulements d'eau. D'autre part, nous utilisons une soufflerie Eiffel, de type courant, ouverte à l'air libre. Dans ces conditions, les clichés présentaient de graves imperfections que nous allons étudier successivement.

a) *Inégalité de répartition des poudres.*

Sur des clichés pris, sans précautions spéciales, en soufflerie Eiffel, les lamelles sont groupées par paquets. Certaines régions, trop riches en particules, apparaissent sous forme de taches blanches; d'autres restent presque complètement noires. Dans l'un et l'autre cas, les mesures de vitesse sont impossibles ou incertaines.

Il est en général souhaitable, exception faite de certaines expériences particulières, que les particules soient uniformément réparties à leur entrée dans la section explorée, c'est-à-dire que leur nombre par unité de volume du fluide (*densité de la suspension*) soit le même en tous les points de l'écoulement. Ce résultat s'obtient sans difficultés en tunnel hydrodynamique, où les particules et l'eau parcourent un circuit fermé et subissent un brassage intense qui assure rapidement l'homogénéité de la suspension : aussi les visualisations des champs hydrodynamiques sont-elles presque toujours caractérisées par une excellente répartition des trajectoires particulières (1). On peut supposer qu'il en serait de même, à peu de chose près, dans une soufflerie à retour.

Mais, dans une soufflerie Eiffel, les poudres, après traversée de la section expérimentale, sont rejetées à l'extérieur et l'on doit émettre sans cesse de nouvelles particules; même placées à l'extrême amont du collecteur — ce qui n'irait pas sans de graves inconvénients — les sondes se trouveraient encore à une trop faible distance de la chambre d'expériences pour qu'un brassage efficace pût intervenir. Il faut donc chercher à obtenir une émission uniforme dans l'espace et constante dans le temps; par une longue mise au point de nos dispositifs (2), nous avons beaucoup atténué les irrégularités d'émission, sans atteindre toutefois la remarquable homogénéité des clichés obtenus en tunnel hydrodynamique.

(1) Voir notamment les clichés publiés par M. CHARTIER [2 et 17].

(2) Chapitre premier.

b) *Chevauchement des trajectoires particulières.*

Une difficulté plus grave consiste dans l'enchevêtrement des lignes, qui apparaît sur les photographies prises sans précautions.

Si les poudres sont correctement choisies ⁽¹⁾, ces apparences ne peuvent être attribuées au fait que les particules suivraient des trajectoires distinctes des lignes de courant de l'écoulement. L'enchevêtrement peut provenir de deux causes principales :

α) Le mouvement est permanent, mais il n'est pas rigoureusement à plan directeur. — Ou bien les lignes de courant, quoique planes, ne sont pas parfaitement identiques en tout plan parallèle au plan directeur, ou bien même, les lignes de courant sont des courbes gauches. La moindre imperfection, en ce domaine, détruit l'harmonie du réseau des trajectoires; cet effet est encore accentué par l'épaisseur du plan lumineux, qui ne peut être réduite au delà d'une certaine limite ⁽²⁾.

On élimine cette cause d'erreurs en veillant à la symétrie rigoureuse des éléments du montage, par rapport au plan de symétrie de la soufflerie, qui, bien entendu, doit elle-même avoir été construite avec beaucoup de soin. Bien souvent, un nid d'abeilles imparfait, ou une mauvaise étanchéité de la chambre d'expérience, sont à l'origine de ces défauts.

β) L'écoulement n'est pas rigoureusement permanent. — Cette cause se rencontre fréquemment, qu'elle provienne de la turbulence propre de la soufflerie ou des effets du vent extérieur.

Alors qu'il visualisait un champ aérodynamique, M. CHARTIER avait déjà constaté l'existence d'un moutonnement considérable [2], et signalé la nécessité d'utiliser une soufflerie parfaitement étudiée, pour obtenir des clichés corrects. Nous avons retrouvé les mêmes difficultés, encore accrues peut-être par la plus grande finesse de nos particules, qui obéissent aux moindres fluctuations de l'écoulement. Par un réglage soigné des filtres, nous avons réussi à faire disparaître presque entièrement l'effet de la turbulence propre de la soufflerie, du moins aux vitesses modérées ⁽³⁾.

L'influence du vent extérieur est beaucoup plus difficile à réduire. Il est assurément possible d'en atténuer les inconvénients, mais non de les éliminer complètement en soufflerie ouverte à l'air libre; les palliatifs dont nous avons tenté l'application s'étant montré insuffisants, il nous a fallu prendre nos photographies par temps très calme. D'ailleurs, sur certains clichés, on décèle aisément l'influence de coups de vent ⁽⁴⁾.

c) *Conclusions.*

L'étude que nous venons de faire semble établir, à tous égards, la supériorité des souffleries « à retour » sur les types « Eiffel ». Nous devons toutefois signaler que nous n'avons pas vérifié expérimentalement cette supériorité : jusqu'à présent, en effet, nous ne disposons d'aucune soufflerie à retour. Mais trois souffleries de ce type, actuellement en cours de montage à l'Institut de Recherches de Poitiers, permettront d'appliquer la méthode chronophotographique dans les conditions les plus favorables.

(1) Chapitre II.

(2) Page 108.

(3) La méthode chronophotographique se prête bien aux études de filtres, en raison de la précision avec laquelle elle décèle les imperfections de l'écoulement à leur aval. Nous pensons entreprendre prochainement une série d'expériences sur cette question.

(4) Cf. figure 101, chapitre VII.

2. — Aspects communs aux champs aérodynamiques et hydrodynamiques.

a) *Densité de la suspension.*

Appelons « *densité* » de la suspension, le nombre de particules par unité de volume du fluide et « *densité apparente* », le nombre de particules par unité de surface du cliché. Supposons que la densité soit uniforme à l'amont de la zone explorée. Dans le domaine actuel d'application de la chronophotographie, les fluides peuvent être considérés comme incompressibles. *Par suite, la densité de la suspension reste uniforme, en tout point d'un écoulement quelconque.* Il en est de même pour la *densité apparente*, si la visualisation s'opère au moyen d'un plan lumineux d'épaisseur constante.

Cependant, les régions où la vitesse est plus grande paraîtront, au premier abord, plus riches en particules, parce que *celles qui s'y trouvent décriront des arcs plus longs, pendant la durée d'ouverture de l'obturateur.* Mais il est important de faire deux remarques :

α) le nombre de mesures de vitesse possibles dans l'unité de surface demeure partout le même;

β) la quantité de lumière reçue par l'unité de surface demeure partout la même. Cette dernière observation sera précieuse lors de l'étude des « nuages » de particules.

Bien entendu, ces considérations n'ont qu'une valeur statistique et font abstraction des effets d'orientation.

b) *Effets d'orientation.*

L'orientation des lamelles ⁽¹⁾, qui s'observe dans l'air comme dans l'eau, exerce évidemment une influence considérable sur l'aspect des photographies et sur leurs possibilités d'exploitation. En tunnel hydrodynamique, on peut l'éliminer en employant des particules quasi-sphériques, mais ce moyen devient impraticable en soufflerie, le commerce ne fournissant pas de grains *assez petits* pour être utilisés dans de bonnes conditions de fidélité.

CONDITIONS D'IMPRESSION DE LA PLAQUE SENSIBLE

1. — Observations et interprétation qualitative.

a) *Observations.*

Au cours de nos expériences, nous avons fait les remarques suivantes :

α) la trace de la lamelle sur la plaque photographique est généralement plus grande que son image géométrique;

β) toutes choses égales d'ailleurs, plus la lamelle est grande (ou plus elle est éclairée, ou plus elle se déplace lentement), plus sa trace est large et plus elle a de chances d'impressionner la plaque, c'est-à-dire d'en atteindre le seuil de sensibilité.

(1) Chapitre III.

b) *Définitions.*

α) *Temps de pose.* — Nous appelons ainsi le temps d'ouverture de l'obturateur.

β) *Temps de balayage ou d'exposition effective.* — C'est le temps pendant lequel un point de la plaque, situé sur l'image d'une trajectoire particulière, reçoit *effectivement* de la lumière. La particule étant en mouvement, c'est donc le temps mis par son image pour « balayer » le point. Nous verrons d'ailleurs que, quand la lamelle est petite, cette image est une tache, sensiblement plus grande que l'image géométrique.

γ) *Exposition $\mathcal{E}$ en un point P.* — C'est le quotient, par la surface d'un élément entourant P, de la quantité de lumière reçue par cet élément pendant le temps de balayage. Le facteur $\mathcal{E}$ est proportionnel à l'*éclairage local* et au *temps d'exposition* du point P. Il conditionne la densité du dépôt d'argent réduit qui se produit en ce point; en particulier, la plaque sera impressionnée, si l'exposition est supérieure à une certaine valeur déterminée S.

REMARQUE. — Certains auteurs désignent ce même facteur par le terme de « *lumination* ».

c) *Image d'un point lumineux.*

α) *Tache d'irradiation.* — On sait que l'image d'une source ponctuelle, sur une plaque sensible, est une tache d'un certain rayon. Le halo, le grain de l'émulsion, l'astigmatisme de l'objectif concourent à la formation de cette tache; toutefois, dans les conditions de nos expériences, il semble que l'influence de ces causes reste faible devant celle d'un autre facteur : *l'irradiation*.

L'irradiation [15 et 19] est un phénomène de dispersion lumineuse qui se produit à l'intérieur de la couche sensible. Supposons que l'on dispose, au contact de cette couche, un diaphragme opaque D, percé d'une très petite ouverture, sur laquelle on dirige un faisceau de rayons perpendiculaires à la plaque (*fig. 62*). Au développement, on constate que la partie de l'émulsion située à l'aplomb de l'ouverture n'est pas seule impressionnée. La lumière, soit diffusée, soit réfractée par les cristaux de bromure d'argent en suspension dans la gélatine, s'étale autour du diaphragme, provoquant la formation d'une tache dont le diamètre peut être très supérieur à celui de l'ouverture.

Ce phénomène, qui se fait surtout sentir à la limite des plages présentant une forte différence d'éclairement, dépend de nombreux facteurs : la *nature de l'émulsion*, son *épaisseur*, sa *transparence*, les *colorants* incorporés, la *longueur d'onde* de la lumière utilisée. ANGERER [16] a montré que l'irradiation est particulièrement forte pour les émulsions très sensibles; on sait, du reste, que ces émulsions ont, en général, un grain relativement grossier. Enfin, les rayons de courte longueur d'onde donneraient l'irradiation minimum. Or, la lumière de l'arc électrique est bien de longueur d'onde relativement courte (bleu, violet, ultra-violet), mais les visualisations chronophotographiques nécessitent des plaques ultra-sensibles et de grands contrastes. C'est pourquoi, dans ces expériences, le facteur « irradiation » prend une importance primordiale.

β) *Répartition de l'éclairement dans la tache.* — 1° Le centre P de la tache, qui coïncide avec l'image géométrique de la source ponctuelle, correspond évidemment à

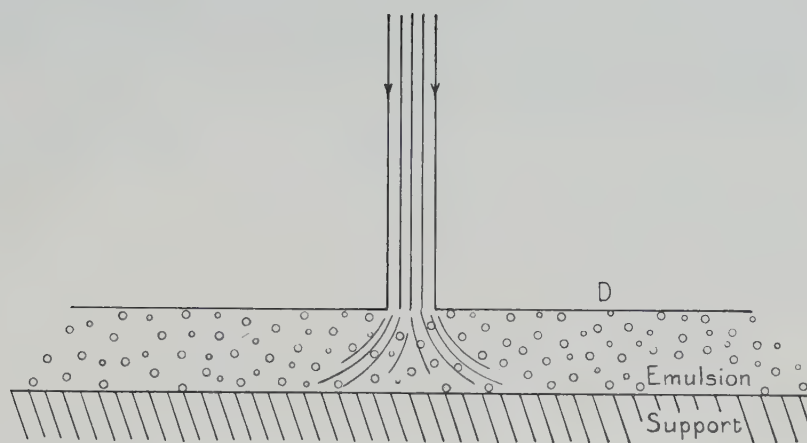


Fig. 62

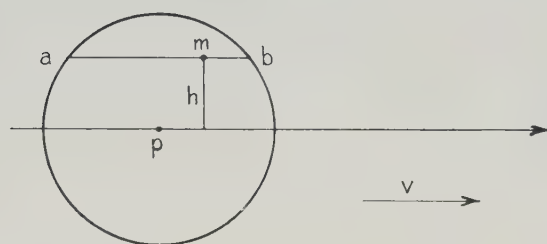


Fig. 64

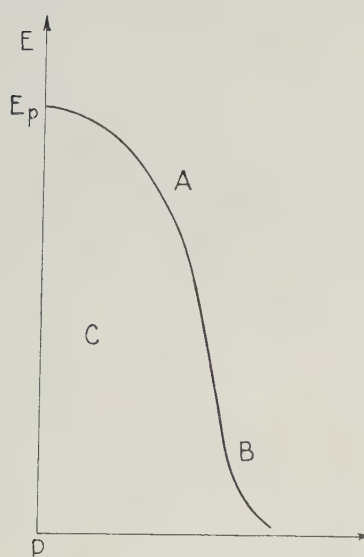


Fig. 63

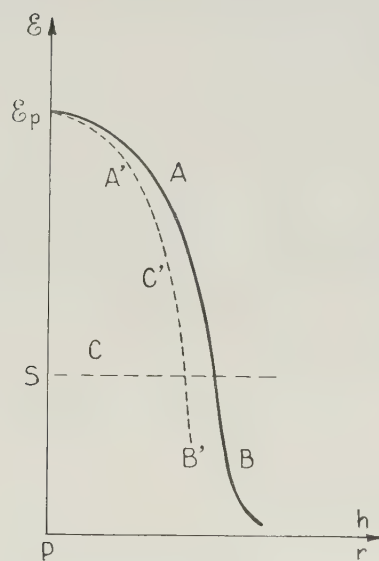


Fig. 65

l'éclairement maximum E_p . Plaçons-nous à la distance r de P : l'éclairement E sera moindre et d'autant plus que l'on s'éloigne davantage du centre. Sans préjuger de la répartition quantitative d'éclairement :

$$E = E(r),$$

on peut penser que la courbe représentative est une courbe « *en cloche* », qui possède un arc AB de pente assez forte (*fig. 63*). Si l'on suppose que la plaque est exposée durant l'unité de temps, cette courbe représente aussi la variation du facteur exposition $\mathcal{E}$ (*fig. 65*);

2° dans le cas d'une image circulaire, on a d'ailleurs étudié cette courbe avec précision et M. LOVICH [19] rappelle les résultats obtenus :

A mesure que l'exposition croît, le diamètre d' de l'image développée augmente proportionnellement au logarithme de la lamination :

$$(96) \quad d' = A + B \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0},$$

$\mathcal{E}_0$ désignant l'exposition minimum efficace, A et B des constantes qui dépendent de la longueur d'onde et de l'émulsion.

De cette loi, on peut déduire que le passage de la région d'exposition maximum à la région non éclairée s'effectue par l'intermédiaire d'une courbe en cloche, comparable à celle de la *figure 63*;

3° sur cette figure, traçons la droite S, dont l'ordonnée correspond au seuil de sensibilité de l'émulsion : tant que l'intersection de cette droite avec la courbe C se trouve sur l'arc AB, le rayon de la tache varie assez peu; d'autre part, en tout point d'abscisse inférieure à celle de A, le facteur exposition reste à peu près constant et voisin du maximum $\mathcal{E}_p$.

γ) *Cas d'une source mobile.* — Considérons, sur la plaque, le point P avec lequel coïncide, à un certain instant, l'image géométrique de la source ponctuelle. Imaginons que la tache se déplace suivant une direction Px, avec une vitesse v , et déterminons le facteur exposition $\mathcal{E}_m$ en un point m de la plaque, à la distance h de Px (*fig. 64*). En première approximation, assimilons la tache à un cercle d'éclairement uniforme E_p , ayant pour rayon l'abscisse r_0 du point A. Le facteur exposition en m est proportionnel à E_p et au temps mis par la corde ab pour balayer le point m . Par suite :

$$\mathcal{E}_m = E_p \frac{ab}{v} = 2 E_p \frac{\sqrt{r_0^2 - h^2}}{v} = \mathcal{E}_p \sqrt{1 - \frac{h^2}{r_0^2}}.$$

Pour tout point m , le facteur exposition est donc inversement proportionnel à la vitesse de déplacement de l'image. D'autre part, on voit que la mobilité de la source accélère la décroissance de ce facteur vers les bords : la tache devient une bande, de largeur un peu inférieure à $2 r_0$. La courbe C' de répartition des expositions :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{(h)},$$

présenterait encore un arc à forte pente, $A'B'$; l'abscisse de A' :

$$h_0 < r_0,$$

représente la demi-largeur d'une bande d'axe Px , à l'intérieur de laquelle le facteur exposition reste à peu près constant : *cette largeur h_0 est indépendante de la vitesse du déplacement*. La courbe C' est tracée en pointillé sur la figure 65.

d) *Image d'une petite lamelle.*

Nous ferons abstraction des phénomènes d'orientation.

α) *Lamelle immobile.* — Décomposons la lamelle en éléments infiniment petits, d'égale surface. A l'image de chacun d'eux correspond une courbe en cloche, analogue à C : en chaque point de la plaque, additionnons les expositions. *Si le rayon moyen de l'image de la lamelle est petit devant r_0* , nous obtenons une nouvelle courbe en cloche C_1 , dont le maximum, correspondant à l'exposition du centre de la tache, est pratiquement proportionnel à la surface de la lamelle. Pour cette courbe, on peut encore définir une abscisse r_1 , avec d'ailleurs :

$$r_1 = r_0 + \frac{G \cdot d}{2} \neq r_0,$$

où d est le diamètre moyen de la particule et G le grandissement de l'appareil photographique.

β) *Lamelle en mouvement.* — L'extension est immédiate. On définit une courbe C'_1 et une largeur :

$$h_1 = h_0 + \frac{G d}{2} \neq h_0,$$

de la bande d'exposition constante.

e) *Explication qualitative des apparences expérimentales.*

α) *La trace de la lamelle est généralement plus grande que son image géométrique.* — Cela signifie simplement que, dans les conditions habituelles d'expérimentation, le rayon moyen $\frac{G d}{2}$ de l'image géométrique est petit, vis-à-vis de l'abscisse du point où la droite S , qui correspond au seuil de sensibilité, coupe la courbe C'_1 .

β) *Plus la lamelle est grande (ou plus elle est éclairée, ou plus elle se déplace lentement), plus sa trace est large.* — En effet, l'accroissement de surface, d'éclairement ou le ralentissement de la lamelle provoquent une augmentation de l'exposition. Il en résulte, d'après la formule (96), un accroissement du diamètre de la tache et, par suite, de la largeur de la trace laissée par la particule en mouvement.

On peut également raisonner sur l'une des courbes C'_1 ou C' (fig. 65). Au point de vue du diamètre d' de la tache, accroître l'exposition revient à abaisser la droite S : il en résulte la croissance du diamètre d' .

2. — Étude quantitative du cas où l'image de la particule est sensiblement inférieure à la tache d'irradiation.

a) *Notations.*

L'objectif est assimilé à une lentille mince :

d : dimension moyenne de la lamelle;

D : distance lamelle-objectif;

D' : distance objectif-plaque;

$\Delta = D + D'$: distance lamelle-plaque;

$G = \frac{D'}{D}$: grandissement;

$2 h_1$: largeur de la bande d'exposition constante;

f : distance focale de l'objectif;

δ : diamètre du diaphragme;

$0 = \frac{\delta}{f}$: ouverture de l'appareil;

V : vitesse de la particule;

I : intensité de l'éclairement;

k_1 : coefficient numérique.

b) *Formule générale.*

α) *Calcul de l'exposition.* — Le flux lumineux Φ , renvoyé par la lamelle sur la partie utile de l'objectif, est proportionnel à l'intensité I , à l'aire de la particule et à l'angle solide ayant la particule pour sommet et le diaphragme pour base :

$$\Phi = k_1 I \frac{d^2 \delta^2}{D^2}.$$

Ce flux se répartit, d'une façon que nous supposons uniforme, sur une tache de diamètre h_1 qui se déplace avec la vitesse VG .

L'éclairement d'un point de la tache est donc :

$$E = \frac{k_1 I d^2 \delta^2}{\pi D^2 h_1^2}.$$

Compte tenu de la vitesse, le facteur exposition, en un point de la bande de largeur $2 h_1$, sera :

$$(97) \quad \varepsilon = 2 E \frac{h_1}{VG} = \frac{2 k_1 I d^2 \delta^2}{\pi D^2 h_1 VG}.$$

β) *Interprétation.* — Cette relation peut prendre d'autres formes, d'interprétation immédiate.

Considérons l'équation aux points conjugués de l'objectif :

$$(D - f)(D' - f) = f^2,$$

ou :

$$DD' - f(D + D') = f^2.$$

Il vient, en éliminant D et G :

$$(98) \quad \varepsilon = \frac{2 k_1}{\pi} \frac{I d^2 \delta^2}{f \Delta V h_1}.$$

Introduisons l'ouverture de l'appareil :

$$(99) \quad \varepsilon = \frac{2 k_1}{\pi} \frac{IO^2 d^2 f}{\Delta V h_1} = \frac{2 k_1}{\pi} \frac{IO^2 d^2}{V h_1} \frac{G}{(1 + G)^2}.$$

REMARQUE. — En réalité, le flux se répartit sur une tache dont le diamètre varie avec l'exposition. Mais cette variation, d'ailleurs assez faible, n'intervient pas dans la recherche des conditions d'impression optimum. On le verrait en remplaçant, dans la formule (96), h_1 par $A + B \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ ou par toute autre fonction croissante de ε .

c) Discussion.

Cette relation met en évidence les grandeurs dont dépend l'impression de la plaque :

Facteur V. — Puisqu'il s'agit de visualiser un écoulement donné, les valeurs de V sont fixées *a priori*.

Facteur d. — Les formules du chapitre II limitent, pour un écoulement donné, l'ordre de grandeur acceptable pour d ; au point de vue de la lamination, il faut choisir des particules aussi grandes que le permettent les conditions de fidélité.

Facteurs I et O. — On doit évidemment choisir un appareil de grande ouverture et un projecteur puissant.

Facteur h_1 . — Pour diminuer h_1 , il faudrait surtout réduire l'irradiation [19]. On choisira donc, à sensibilité égale, des plaques à *couche mince* et à *grain fin* : en fait, ces qualités sont généralement incompatibles avec une grande sensibilité et les différentes émulsions que nous avons essayées se sont montrées à peu près équivalentes à cet égard.

Facteur $\frac{\Delta}{f}$. — L'équation aux points conjugués montre que le rapport $\frac{\Delta}{f}$ atteint sa valeur minimum pour :

$$\Delta = 4 f.$$

Le grandissement est alors égal à l'unité. On a donc intérêt à photographier le champ en vraie grandeur. Toutefois, la variation de ε reste faible au voisinage de ce maximum.

Toutes choses égales d'ailleurs, soit ε_1 le facteur correspondant à $G = 1$:

— pour $G = \frac{1}{2}$, on trouve $\varepsilon_2 = 0,9 \varepsilon_1$;

— pour $G = \frac{1}{4}$, $\varepsilon_4 = 0,64 \varepsilon_1$.

Il suffit donc que G reste *voisin* de 1, pour que l'on puisse admettre :

$$(100) \quad \varepsilon = \frac{k_1}{2\pi} \frac{IO^2 d^2}{V h_1}.$$

La focale de l'appareil n'intervient plus explicitement, mais la prise de clichés en vraie grandeur, ou du moins à faible réduction, interdit pratiquement l'emploi d'appareils de très petite distance focale.

Soit, par exemple, à explorer le champ sur toute la largeur de notre plan d'éclairage (30 cm); pour $G = 1$, il faut un appareil de format 24×30 ; pour $G = 1/2$, de 13×18 ; les distances focales sont donc relativement grandes. D'ailleurs, un appareil de grand format donnera une meilleure précision sur les mesures de vitesse, et atténuera l'erreur qui résulte de l'épaisseur du plan lumineux (1).

d) *Influence de la vitesse générale d'un écoulement sur ses possibilités de visualisation.*

Le champ aérodynamique autour d'un obstacle déterminé reste en général semblable à lui-même, quand on fait varier la vitesse de la veine dans certaines limites. Cherchons l'influence de cette vitesse sur l'exposition, en tenant compte des conditions de fidélité.

Nous avons établi (2), que *la dimension moyenne des particules à utiliser est, à fidélité égale, inversement proportionnelle à la racine carrée de la vitesse générale.* Compte tenu de ce fait, la relation (100) montre que *le facteur exposition, toutes choses égales d'ailleurs, est inversement proportionnel au carré de la vitesse pour des clichés de même fidélité.*

Sous une autre forme : *l'intensité lumineuse minimum qui permet de visualiser un écoulement est proportionnelle au carré de sa vitesse.*

e) *Un ordre de grandeur.*

Avec les plaques « *Superfulgur* » de Guilleminot, nos expériences ont donné, pour le paramètre $2 h_1$, une valeur de l'ordre de $1/25$ mm, soit 40 microns. Même dans le cas de clichés en vraie grandeur, *les dimensions de l'image des lamelles sont donc, le plus souvent, inférieures à celles de la tache d'irradiation.* Seules font exception les « Grosses paillettes » et les « Fines paillettes » : nous allons étudier leurs conditions d'emploi.

(1) Page 116.

(2) Chapitre II.

3. — **Cas où l'image de la particule est supérieure à la tache d'irradiation.**

a) *Formule générale.*

Utilisons les notations précédemment indiquées, mais en désignant par d' la dimension moyenne de la lamelle. Le flux transmis devient :

$$\Phi = k_1 \frac{I d'^2 \delta^2}{D^2}.$$

Mais la lumière se répartit sur une surface S , assimilable, cette fois, à l'image géométrique de la particule, soit :

$$S = \frac{\pi}{4} G^2 d'^2.$$

Compte tenu de la vitesse, il vient, pour le facteur ε' :

$$\varepsilon' = \frac{4 k_1}{\pi} \frac{I \delta^2 d'}{G^2 D^2 V},$$

ou :

$$(101) \quad \varepsilon' = \frac{4 k_1}{\pi} \frac{I O^2 f^2 d'}{V D'^2} = \frac{4 k_1}{\pi} \frac{I O^2 d'}{V} \frac{1}{(1 + G)^2}.$$

b) *Discussion.*

Cette formule se discute comme la relation (99). A la différence du cas précédent, *il vaut mieux opérer à faible grandissement*. La variation est d'ailleurs rapide : ainsi, soit ε_1 , le facteur correspondant à $G = 1$:

— pour $G = \frac{1}{2}$, toutes choses égales, $\varepsilon_2 = 1,8 \varepsilon_1$;

— pour $G = \frac{1}{4}$, $\varepsilon_4 = 2,5 \varepsilon_1$.

Mais il faut remarquer qu'en réduisant le grandissement, on réduit l'image de la lamelle, qui finit par devenir inférieure à la tache d'irradiation.

c) *Influence de la vitesse.*

A fidélité égale, l'exposition est inversement proportionnelle à la puissance $\frac{3}{2}$ de la vitesse.

d) *Comparaison des deux relations.*

Dans leurs meilleures conditions d'application, ces relations s'écrivent :

$$(100) \quad \varepsilon = \frac{k_1}{2 \pi} \frac{I O^2 d^2}{V h_1},$$

et :

$$(102) \quad \varepsilon' = \frac{4 k_1}{\pi} \frac{I O^2 d'}{V}.$$

Soit, toutes choses égales, excepté le diamètre :

$$(103) \quad \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = 4 \frac{d'}{d} \frac{2 h_1}{d}.$$

Le gain résultant de l'emploi de grandes particules peut être considérable. Évaluons, par exemple, le rapport des expositions pour des lamelles de 10 microns et pour des lamelles de 150 microns. Avec $2 h_1 = 40$ microns, il vient :

$$\varepsilon' = 240 \varepsilon.$$

L'expérience confirme qualitativement ces résultats.

e) *Domaine d'application de la formule (101).*

Cette relation est d'application relativement limitée. En effet, c'est surtout aux grandes vitesses que l'on est tenté d'utiliser de grosses particules, puisque c'est alors que se manifestent les insuffisances d'éclairement. Mais, d'autre part, les conditions de fidélité interviennent le plus souvent, obligeant à employer de fines paillettes, auxquelles la formule (101) ne s'applique pas. Voici cependant un exemple d'utilisation :

Étalonnage d'un anémomètre. — On peut procéder de la façon suivante : on dispose d'une veine uniforme de longueur suffisante. On place l'anémomètre vers son extrémité aval et l'on relève son indication; en même temps, on prend une photographie de la partie amont de la veine, en une région non perturbée par la présence du tube : on obtient ainsi la vitesse de l'écoulement. En répétant l'expérience à différentes vitesses, on peut tracer la courbe d'étalonnage.

Or, dans la région explorée, les accélérations sont nulles; par suite (1) *l'emploi de grosses particules est légitime* et l'on peut espérer atteindre de grandes vitesses (2).

REMARQUE. — Certaines de nos photographies ont été prises avec des paillettes de dimensions très supérieures à la tache d'irradiation. Voir par exemple les *figures* 25, 26, 27, 28, 29, 30, 38, 49 et 66.

Ainsi, les particules peuvent jouer, en chronophotographie, soit le rôle d'objet « à diamètre apparent sensible », soit le rôle d'objet « sans diamètre apparent », ce dernier cas étant le plus courant. Il y a donc nécessité de disposer d'une intensité lumineuse considérable que, jusqu'à présent, l'arc électrique à haute intensité a seul pu nous fournir. On s'explique alors que des appareils, qui permettent une visualisation parfaite d'objets en déplacement très rapide, mais d'un diamètre apparent sensible (balle de fusil, hélice en rotation) ne puissent cependant convenir aux expériences de chronophotographie à grande vitesse. Tel semble être le cas des appareils du type « Stroborama ».

(1) Chapitre II.

(2) La *figure* 66 correspond à 200 m/sec.

4. — Particules en nuage.

Même très fines, les poudres en nuage permettent d'obtenir des visualisations à vitesse beaucoup plus grande que les suspensions de densité moyenne. Ce procédé ne permet pas la mesure des vitesses, mais visualise bien les trajectoires (*fig.* 12, 35, 36, 37).

En raison de la forte densité de la suspension, on peut admettre que chaque point de la plaque est balayé par les images de *plusieurs* lamelles, durant le temps d'ouverture de l'obturateur : le franchissement du seuil de sensibilité se trouve donc favorisé. Mais le nombre des particules qui passent aux différents points du champ pendant un temps donné varie d'un point à l'autre, la densité du nuage n'étant jamais parfaitement uniforme : d'où la visualisation des trajectoires.

A ce moment, la vitesse de l'écoulement n'intervient presque plus, car, si elle réduit le temps de balayage d'un point de la plaque par la tache image d'une particule, elle accroît dans la même proportion le nombre de particules qui, durant le temps de pose, balayent ce point. Bien entendu, pour obtenir ce résultat, *il faut émettre une quantité de poudre proportionnelle à la vitesse*, pour maintenir aussi forte la densité de la suspension.

Si l'on craint qu'une suspension trop dense ne perturbe le champ, on peut, dans une certaine mesure, diminuer le nombre des particules, en accroissant le temps de la pose.

Les clichés de « nuages » présentent souvent le phénomène des « stries », dû à une périodicité d'émission des poudres (1).

5. — Temps de balayage. — Temps de pose.

a) Temps de balayage.

Évaluons le temps t , mis par l'image d'une lamelle pour balayer un point de la plaque :

α) *La lamelle est petite.* — Son image est une tache de rayon h_1 :

$$t_1 = \frac{2 h_1}{VG}.$$

Application numérique : $G = 1$, $2 h_1 = \frac{1}{150}$ cm, $V = 2\,000$ cm/s,

$$t_1 = \frac{1}{300\,000} \text{ de seconde.}$$

β) *La lamelle est grande.* — Son image a un diamètre moyen égal à dG :

$$t_2 = \frac{dG}{VG} = \frac{d}{V}.$$

(1) Chapitre premier.

Application numérique : $G = 1$, $d = \frac{1}{50}$ cm, $V = 2000$ cm/s.

$$t_2 = \frac{1}{100\,000} \text{ de seconde.}$$

Les temps de balayage sont donc très courts.

b) *Temps de pose.*

Le temps d'ouverture de l'obturateur n'intervient pas dans la lumination, mais il détermine la longueur des arcs de trajectoires visibles sur le cliché. Il y a donc, en principe, intérêt à l'accroître, pourvu que l'écoulement soit rigoureusement permanent.

Mais les points de la plaque, situés en dehors des images des trajectoires, reçoivent toujours quelque lumière (brillance de fond). A vrai dire, cette lumière est très faible, surtout si l'on place, derrière le plan de visée, une surface peinte en noir mat; cependant, comme elle agit *durant tout le temps de pose*, elle peut conduire à le limiter. C'est souvent le cas en tunnel hydrodynamique, en raison de la dispersion lumineuse qui s'opère dans l'eau. En soufflerie, la pose peut, sans grand inconvénient, atteindre une à deux secondes.

MATÉRIEL ET PROCÉDÉS PHOTOGRAPHIQUES

Nous allons exposer ici, très brièvement, quelques conséquences de l'étude précédente.

1. — L'appareil photographique.

On utilisera un appareil à plaques, de grand format et à grand tirage, la longueur de la plaque étant de l'ordre de grandeur de la largeur du plan lumineux. Un appareil 18×24 ou 24×30 cm conviendrait à un grand nombre de cas.

Il est bon de disposer d'un second appareil, de format plus réduit (9×12) : plus maniable, cet appareil servira pour les visualisations à faible vitesse, qui ne comportent pas de difficulté photographique; on l'utilisera également pour les visualisations à grandes particules.

L'objectif sera un anastigmat de grande ouverture ($f : 3,5$), parfaitement corrigé. Son stigmatisme sera, au minimum, tel qu'il donne, d'une source ponctuelle située à $2f$ de son point nodal objet, une image de diamètre inférieur à celui de la tache d'irradiation : s'il en était autrement, ce serait la tache d'astigmatisme qui interviendrait dans le calcul du facteur exposition.

La mise au point sera faite, sur le verre dépoli, au moyen d'une règle graduée placée dans le plan d'éclairement.

Pour nos expériences, nous avons utilisé un appareil « Bergheil » de Voigtländer, format 9×12 ; focale : 15 cm; ouverture $f : 4,5$.

2. — Émulsions.

a) *Chromatisme.*

En raison de la nature de la lumière de l'arc, particulièrement riche dans le bleu et le violet, il est préférable de choisir des émulsions orthochromatiques.

b) *Plaques utilisées.*

Nous avons surtout utilisé les « Superfulgur » de Guillemot. Les « Gevachrom » de Gevaert; les « Superaviachrom » de Crumière, nous ont donné des résultats sensiblement équivalents.

c) *Hypersensibilisation.*

Pour améliorer la sensibilité des plaques, on a proposé de les *hypersensibiliser*, c'est-à-dire de les exposer à une lumière voilée, pendant un temps très court, avant la mise en châssis. De cette façon, tout se passe comme si l'on abaissait le seuil de sensibilité de l'émulsion. L'hypersensibilisation rendra parfois des services, mais sa technique est délicate, et nous ne l'avons utilisée qu'exceptionnellement.

d) *Développement.*

On peut employer les révélateurs ordinaires; quand il s'agit de clichés pris à l'extrême limite de sensibilité, il est bon d'utiliser le révélateur suivant, particulièrement énergétique :

SOLUTION A		SOLUTION B	
Eau	1 000 g	Eau	1 000 g
Bromure de potassium	25 g	Soude	50 g
Hydroquinone	25 g		
Métabisulfite de potassium	25 g		

Au moment de l'emploi, mélanger les deux solutions par parties égales et soigner particulièrement les lavages et le fixage. Le produit jaunit les doigts.

e) *Contretypes.*

Enfin, on peut *contraster* certains négatifs, en les reproduisant deux fois, par contact, au moyen de plaques à grand contraste : par exemple, les « Collodium-Process » de Guillemot. Cette méthode a l'inconvénient d'accentuer aussi les défauts éventuels de la couche sensible, telles que rayures et poussières.

3. — Papiers.

On effectuera les tirages sur papiers à grand contraste. On glacera les épreuves, car le brillant de la surface entraîne une nette augmentation de l'intensité des noirs et, par suite, du contraste apparent.

LIMITES DES POSSIBILITÉS DE VISUALISATION DANS LE CAS DE NOTRE MATÉRIEL ACTUEL

Pour fixer les idées, indiquons numériquement nos limites actuelles de vitesse. Mais, nous le soulignons d'abord, une amélioration considérable peut être obtenue à l'aide d'un matériel spécialement conçu (1).

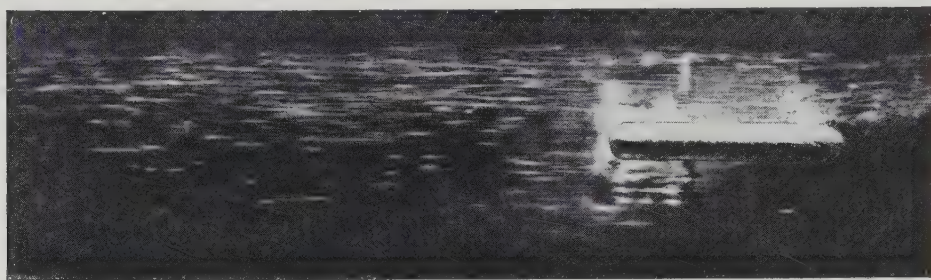


Fig. 66. — Écoulement à grande vitesse autour d'un tube de Pitot
 $V_0 = 200$ m/s. Poudre « Fines paillettes » : $K_0 = 500$

Nous avons déjà rencontré (2) une première limite de visualisation, imposée, en fonction de la fidélité désirée et de la structure de l'écoulement, par les particules *les plus fines* que l'on pouvait se procurer.

Le présent chapitre en introduit une autre, due au fait que *la plaque doit recevoir une quantité suffisante de lumière pour être notablement impressionnée*. Cette limite est

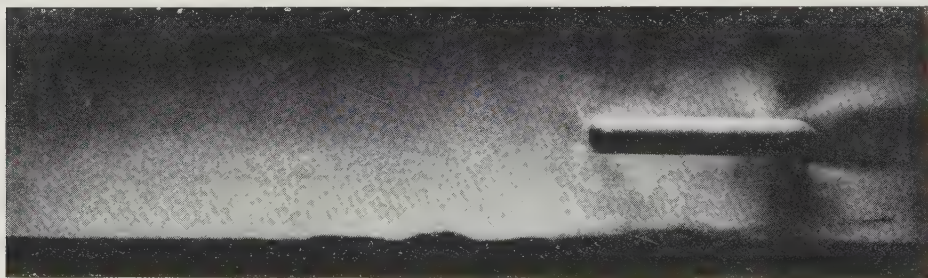


Fig. 67. — Écoulement à grande vitesse autour d'un tube de Pitot
 $V_0 = 200$ m/s. Poudre « Lo bis » : $K_0 = 12\,000$

d'ailleurs liée aux dimensions des particules, relevant elles-mêmes des conditions de fidélité.

Avec notre matériel actuel, décrit dans le présent chapitre, le cliché reste satisfaisant, *abstraction faite des considérations de fidélité* :

— pour des particules *extrêmement fines*, jusqu'à une vitesse d'environ 5 m/s;

(1) Chapitre VI.

(2) Chapitre III.

— pour la « Lo bis », jusqu'à 14 m/s;

— pour la « B.P. 140 », jusqu'à 25 m/s.

Les « Fines paillettes » donnent encore, à la vitesse maximum de notre soufflerie, soit 30 m/s, des noirs intenses; nous pensons qu'il est possible de les utiliser jusqu'à 60 ou 80 m/s.

Les « Grosses paillettes » donnent encore de bons résultats à 200 m/s (*fig. 66*).

En *nuage*, toutes ces poudres impressionnent la plaque jusqu'à des vitesses certainement très grandes. La *figure 67* représente un écoulement à 200 m/s.

Avec notre matériel actuel, *ce ne sont pas les conditions de fidélité, mais les difficultés photographiques, qui limitent le domaine de visualisation*. En effet, pour utiliser les poudres les plus fines dont nous disposions, à la vitesse maximum de notre soufflerie, il nous aurait fallu un projecteur d'intensité lumineuse six fois plus grande que celle de notre appareil actuel. Cette amélioration peut être réalisée, en munissant un projecteur à arc d'une optique spécialement étudiée (1).

(1) Chapitre VI.

CHAPITRE VI

SUR LES POSSIBILITÉS D'APPLICATION DE LA MÉTHODE CHRONOPHOTOGRAPHIQUE AUX TRÈS GRANDES VITESSES

L'extension de la visualisation chronophotographique à de très grandes vitesses d'écoulement pose de nombreux problèmes; nous allons examiner les plus importants, en indiquant, pour chacun d'eux, la direction de recherches qui nous paraît la plus susceptible d'apporter des améliorations substantielles.

1. — Position du problème.

Nous poserons le problème sous la forme suivante

Soit à visualiser un certain écoulement d'air, avec une fidélité donnée. Faisons croître la vitesse générale V_0 de cet écoulement, en supposant que le champ aérodynamique demeure semblable à lui-même. *Avec un matériel et des conditions de travail déterminés, la visualisation est possible jusqu'à une certaine valeur de V_0 ; quelles modifications faut-il apporter à ce matériel et à ces conditions d'expérimentation, pour reculer cette limite ?*

L'examen que nous avons fait, au cours des chapitres précédents, des différents facteurs de la visualisation, permet d'apercevoir immédiatement les trois limites possibles :

a) Limite de fidélité.

Toutes choses égales d'ailleurs, les particules mises en suspension doivent être de coefficient proportionnel à la vitesse V_0 ⁽¹⁾ : *les dimensions des lamelles les plus fines dont on dispose déterminent donc une limite pour cette vitesse.*

b) Limite d'impression de la plaque.

D'autre part, l'exposition de la plaque est inversement proportionnelle au carré de V_0 ⁽²⁾. *Sa rapide décroissance impose par suite une nouvelle limite.*

(1) Chapitre II.

(2) Chapitre V.

c) *Limite d'interruptions lumineuses.*

Il est nécessaire d'obtenir, sur les trajectoires, des coupures suffisamment rapprochées pour rendre possible une bonne évaluation des vitesses instantanées; des tirets trop longs déterminent seulement des vitesses moyennes, et parfois même ne permettent pas de suivre sans ambiguïté la trajectoire de la particule : *la fréquence des interruptions lumineuses introduit une troisième limite.*

Suivant les conditions de l'expérience et la structure du champ exploré, l'un ou l'autre de ces trois points devient prépondérant et fixe la limite de visualisation.

2. — **Limite de fidélité.**

Nous avons déjà examiné les conditions d'obtention de fines lamelles ⁽¹⁾. Nous pensons qu'un sélecteur à colonne du type étudié peut, moyennant quelques perfectionnements, séparer les particules les plus petites que contient la poudre brute introduite. Parmi les modifications à envisager, signalons :

— l'accroissement de l'allongement des tubes sélecteurs, pour assurer une meilleure précision de triage aux très petites vitesses du courant d'air;

— la disposition en parallèle de nombreux tubes analogues, et le fonctionnement de l'appareil en régime continu pour compenser la faiblesse du débit;

— la sélection en plusieurs passages, à vitesses de plus en plus faibles, qui entraîne une amélioration du rendement, en qualité et en quantité.

Avec les poudres actuelles du commerce, il semble qu'on ne puisse guère dépasser le coefficient 100 000; cette valeur permettrait d'ailleurs de couvrir un très vaste champ d'applications. Si pourtant l'on désirait des particules de finesse tout à fait exceptionnelle, on pourrait demander aux établissements producteurs des poudres spécialement traitées, soit par martelage prolongé, soit par toute autre technique industrielle.

Mais ne dissimulons pas que, pour de telles particules, la limite d'impression de la plaque risquerait fort d'intervenir, même si l'on apporte au projecteur les améliorations dont nous allons parler.

3. — **Limite d'impression de la plaque.**

a) *Particules en nuage.*

Nous savons qu'on peut éliminer cette limite par l'émission d'un nuage de particules; l'exposition devient alors indépendante de la vitesse ⁽²⁾, et la finesse individuelle des lamelles est compensée par leur grand nombre. Les lignes de courant sont généralement bien dessinées, par suite des inégalités de densité du nuage. Mais ce procédé ne donne pas la grandeur des vitesses; en outre, il nécessite un grand débit de poudre, ce qui peut être gênant quand il s'agit de particules extrêmement fines, obtenues avec peine.

Évaluons donc, abstraction faite de ce cas, ce qu'on peut espérer gagner sur l'impression, en prenant notre matériel actuel pour base de comparaison.

(1) Chapitres I et II.

(2) Chapitre V.

b) *Sur l'appareil photographique.*

Nous supposons qu'on opère toujours dans les meilleures conditions, c'est-à-dire au voisinage de la vraie grandeur ⁽¹⁾. Nos expériences, comme d'ailleurs celles de M. CHARTIER [2], ayant été faites avec des appareils d'ouverture $F : 4,5$, il reste certainement beaucoup à gagner. Même en grand format, un appareil $F : 1,5$ n'est pas en dehors des possibilités techniques, du moins dans des conditions économiques normales : avec cette ouverture, le gain sur l'exposition serait de neuf fois; *la vitesse V_0 pourrait être multipliée par trois*. Mais encore faut-il disposer d'un tel appareil, qui ne se trouve pas dans le circuit commercial normal.

c) *Étude de la source lumineuse.*

α) *Accroissement de la brillance du cratère.* — Bien que notre projecteur fonctionne déjà sous haute intensité, il semble qu'on puisse encore obtenir un accroissement de brillance, en augmentant l'ampérage de pointe. Mais il serait indispensable d'accroître en même temps la vitesse du courant d'air de tirage, pour éliminer les gaz de la combustion. En outre, on peut envisager d'alimenter le cratère par de l'oxygène. Il est difficile d'évaluer le gain de brillance éventuel; en tout cas, l'installation se trouverait fort compliquée.

β) *Amélioration de l'optique.* — Nous avons évalué ⁽¹⁾ l'angle solide Ω du faisceau lumineux effectivement transmis par l'optique de notre projecteur :

$$\Omega \neq 0,5 \text{ stéradian.}$$

Cette valeur est très faible : l'installation utilisée par M. CHARTIER en 1937 possédait un angle solide de 1,7. On peut espérer capter plus de lumière encore, en adaptant une lentille de Fresnel de grand diamètre et en disposant derrière le cratère un réflecteur bien étudié.

En outre, le flux capté doit être concentré en un plan très mince, par un système de lentilles spéciales. Le problème est complexe, mais, étant donné la faible surface de la région à grande brillance du cratère, sa résolution doit être possible avec une bonne approximation; les lentilles cylindriques que nous avons pu nous procurer, quoique de caractéristiques mal adaptées au problème, apportaient déjà une amélioration sensible au rendement lumineux.

En se plaçant dans les meilleures conditions d'angle solide et de concentration du faisceau, il semble qu'on puisse compter sur une intensité dépassant de huit à dix fois sa valeur actuelle : la vitesse pourrait donc être multipliée par trois.

REMARQUES. — 1° On pourrait songer à renvoyer sur lui-même, à l'aide d'un miroir, le faisceau incident, après sa traversée de la tranche explorée. Mais ce dispositif n'apporterait aucune amélioration à l'impression de la plaque : en effet, par suite de leur forme lamellaire, les particules qui renvoient sur l'objectif la lumière incidente

(1) Chapitre V.

renverraient en sens inverse la lumière réfléchiée, qui serait donc perdue pour l'objectif. Le nombre des particules visibles serait toutefois augmenté, mais on observerait un accroissement de la brillance de fond.

2° L'Institut de Recherches Aérotechniques de Poitiers vient de faire construire un nouveau projecteur chronophotographique P₂, qui bénéficie d'une optique plus satisfaisante, quoique montée avec des pièces de série; l'angle solide effectif est voisin d'un stéradian.

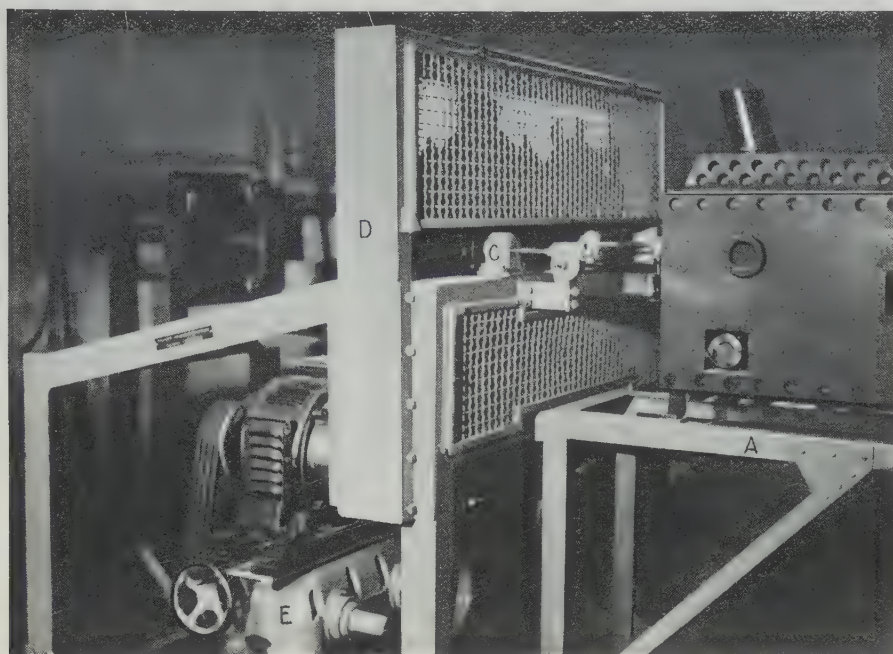


Fig. 68. — Le projecteur chronophotographique P₂
A : lampe à arc; B : disque chronophotographique; C : disque stroboscopique;
D : dispositif de protection; E : l'un des variateurs de vitesse; F : optique

Cet appareil, réalisé d'après les enseignements de nos premières expériences, est destiné aux grandes souffleries que l'Institut construit actuellement. Il est représenté par la *figure* 68. Ses dimensions n'ont pas permis de l'utiliser dans notre soufflerie de visualisation.

4. — Limite d'interruptions lumineuses. — Disque tournant.

Le problème devient vite délicat. Soit par exemple à visualiser un écoulement de 60 m/s, avec une coupure sur 2 cm : la fréquence à réaliser atteint déjà 3 000 cycles/s.

Soit l la largeur d'une dent du disque, v la vitesse périphérique, N la fréquence des coupures; en admettant que l'espacement de deux dents consécutives soit également de l , on a :

$$N = \frac{V}{2l}.$$

Pour augmenter la fréquence, il y a donc deux solutions :

a) *Réduction de la largeur des dents.*

La largeur minimum d'une dent dépend du faisceau à interrompre. Ainsi, dans le projecteur P_1 que nous avons utilisé, l'obturation se fait au voisinage du cratère; les dents doivent être larges de 8 cm au moins. Dans le projecteur P_2 récemment construit, l'obturation se fait sur une image du cratère donnée par les premières lentilles : la largeur descend à 4 cm. On ne peut espérer gagner beaucoup plus.

b) *Accroissement de la vitesse périphérique.*

Nous prenons comme paramètre la vitesse périphérique du disque, en raison du théorème suivant, valable en première approximation :

« On peut multiplier les dimensions radiales et axiales d'une roue dans des rapports quelconques, indépendants l'un de l'autre, sans modifier les tensions du métal aux points homologues, à condition de ne pas changer la vitesse périphérique [48]. »

Ainsi, du point de vue de la résistance du métal, *il revient au même de doubler le diamètre du disque, ou de doubler sa vitesse de rotation.* On est vite limité dans cette voie, d'abord par l'accroissement de la résistance de l'air, mais surtout par le danger que constitue un disque tournant à grande vitesse, à l'air libre ou du moins sans protection massive; d'autre part, un dispositif de protection efficace alourdirait beaucoup l'appareil, qui doit rester essentiellement maniable.

A son maximum de rotation, notre disque possède une vitesse périphérique de 100 m/s; tout au plus peut-on espérer la doubler. Compte tenu de la réduction de largeur des dents, le gain serait de l'ordre de quatre fois; la visualisation serait bonne jusqu'à 45 m/s environ : telles sont à peu près les caractéristiques du projecteur P_2 .

Il est parfois souhaitable d'obtenir une fréquence plus grande : nous allons étudier un phénomène susceptible de la provoquer.

5. — Interruptions par oscillations de l'arc.

Sur quelques-unes de nos photographies, chaque tîret blanc présente un phénomène de « ponctué », très régulier et parfois très net (*fig. 69*). Cette apparence est imputable à une oscillation spontanée de l'arc électrique : sur la *figure 69*, la fréquence d'oscillation est voisine de 2 500 Herz. Nous pensons utiliser cette propriété pour obtenir des coupures de fréquence élevée.

a) *Courbes caractéristiques d'un arc.*

α) *Définition.* — Considérons les trois grandeurs suivantes :

L : distance entre les pointes des charbons;

e : différence de potentiel aux bornes de l'arc;

i : intensité du courant qui traverse l'arc.



Fig. 69. — Oscillations spontanées de l'arc électrique. La maquette est une aile sustentatrice

Ces grandeurs ne sont pas indépendantes; leurs variations relatives sont représentées par les courbes de la *figure 70*, appelées « *courbes caractéristiques* ».

Les parties telles que AB sont assimilables à des arcs d'hyperboles; sous le régime correspondant, l'arc est à peu près silencieux. Il devient sifflant au delà de C.

La partie BC correspond à un fonctionnement instable, dans lequel l'arc passe probablement de l'un à l'autre des régimes précédents.

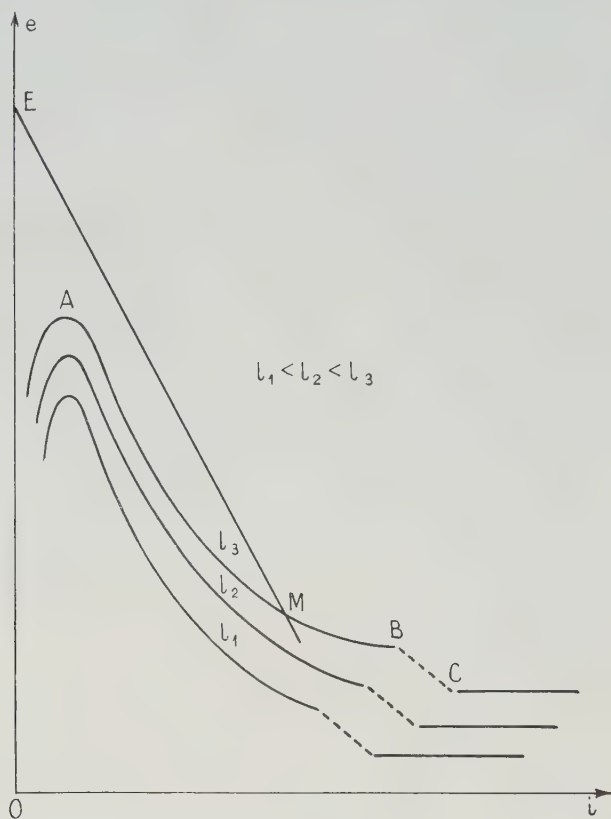


Fig. 70. — Courbes caractéristiques d'un arc

β) *Interprétation.* — Soit E la force électromotrice de la source dont on dispose, R la résistance du circuit, arc non compris.

Traçons la droite EM, d'équation :

$$e = E - Ri.$$

Si nous imposons à l'arc, par exemple, la longueur l_3 , le point de fonctionnement est en M.

On peut appeler *résistance de l'arc* la grandeur $\rho = \frac{de}{di}$. Pour les régimes usuels de fonctionnement, *cette résistance est négative* : un accroissement de l'intensité entraîne une diminution de la différence de potentiel aux bornes.

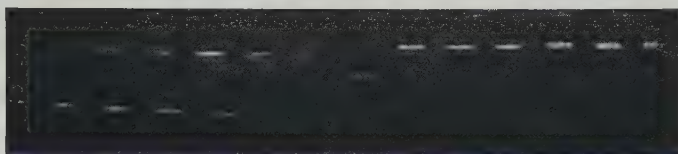


Fig. 71



Fig. 72



Fig. 73

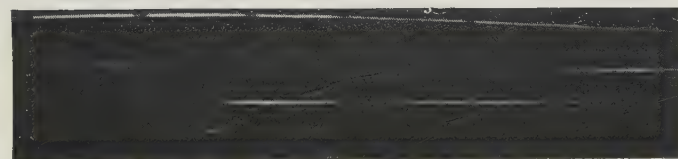


Fig. 74

b) *Condition d'apparition des oscillations spontanées.*

L'expérience montre que, toutes choses égales d'ailleurs, ces oscillations sont favorisées :

- par une réduction de la longueur de l'arc;
- par un accroissement de l'intensité du courant;
- par un accroissement de la ventilation du cratère.

Ces oscillations, qui correspondent à un point de fonctionnement situé à droite du point C, sont accompagnées d'un bruit caractéristique.

Elles peuvent naître sous des régimes très différents, mais leur apparition est constante dans les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 1,5 \text{ cm}, \quad i = 300 \text{ A}, \quad e = 70 \text{ V.} \\ \text{Ventilation puissante.} \end{array} \right.$$

Rappelons les conditions normales de fonctionnement de notre projecteur P_1 :

$$L = 3 \text{ cm}, \quad i = 220 \text{ A}, \quad e = 110 \text{ V.}$$

c) *Différents modes d'oscillation.*

En modifiant la longueur de l'arc, la puissance de la ventilation et la résistance de circuit R, nous avons obtenu plusieurs types d'oscillations, qui se traduisent par des modulations différentes des trajectoires particulières :

α) les *figures* 71 et 72 semblent correspondre au même régime d'oscillation, à peu près sinusoïdal. La fréquence est voisine de 2 000, la longueur de l'arc est 2 cm, l'intensité 230 ampères, la ventilation maximum;

β) la *figure* 73 présente des pointes d'intensité très marquées, à une fréquence d'environ 4 000.

$$l = 2 \text{ cm.}$$

$$\text{Intensité moyenne : } i_M = 300 \text{ A}, \quad \text{ventilation maximum;}$$

γ) la *figure* 74 présente le phénomène inverse du précédent. La fréquence ne dépasse guère 1 000.

$$l = 1,5 \text{ cm}, \quad i_M = 300 \text{ A}, \quad \text{ventilation moyenne.}$$

Ces résultats sont à rapprocher des courbes données par M. LEBLANC [22] et reproduites sur la *figure* 75.

d) *Discussion.*

Les deux derniers types sont favorables aux mesures chronophotographiques. Les *figures* 73 et 74 permettraient des relevés de vitesses assez précis, si l'on connaissait

leur fréquence exacte. Mais les oscillations spontanées sont trop capricieuses et irrégulières pour être utilisées comme telles; il est certainement possible d'en régulariser le régime, dans le double but d'améliorer la netteté des coupures, par accroissement de l'amplitude et de l'élanement des pointes d'intensité, et de pouvoir mesurer leur

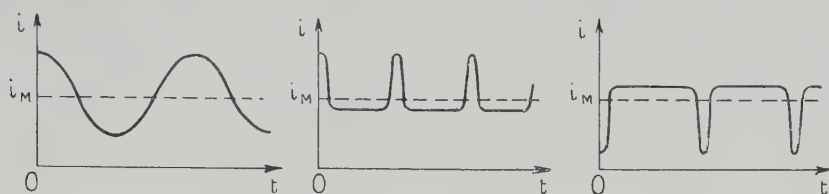


Fig. 75. — Schémas des variations d'intensité en fonction du temps, pour les différents types d'oscillation

fréquence, soit par des méthodes électriques, soit d'après la hauteur du son émis. Nous retiendrons donc surtout, de nos expériences, la faible inertie de l'arc : *l'intensité du faisceau lumineux reproduit quasi-instantanément les modulations du courant d'alimentation*. Dans le cas de la figure 72, par exemple, l'arc présente 4 000 pointes d'éclairement par seconde.

Il reste à appliquer expérimentalement cette propriété : la première méthode qui vient à l'esprit consiste à mettre en dérivation, aux bornes de l'arc, un circuit self-capacité (arc chantant). D'après les études de MM. BLONDEL [20] et LEBLANC [22], il sera possible de retrouver, dans ces nouvelles conditions, les différents modes d'oscillation précédemment décrits.

Nous allons rappeler sommairement la théorie de l'arc chantant [21], et calculer les constantes électriques appropriées.

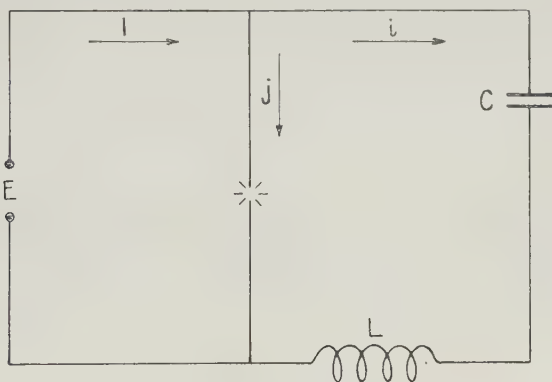


Fig. 76. — Schéma d'un arc chantant

e) Arc chantant.

α) *Théorie.* — Le montage est représenté par la figure 76. I , i et j désignent respectivement les courants dans le circuit principal, dans l'arc, dans le circuit dérivé; soient R la résistance du circuit principal, r et L la résistance et la self du circuit dérivé, E la force électromotrice de la source, e la différence de potentiel aux bornes de l'arc,

V celle qui règne entre les armatures du condensateur C; soit enfin $-\rho$ la pente de la caractéristique, au voisinage du point de fonctionnement moyen.

Les relations suivantes sont immédiates :

$$\begin{cases} i = -\frac{e}{\rho}, \\ e - V = rj + L \frac{dj}{dt}, \end{cases}$$

avec :

$$j = C \frac{dV}{dt}.$$

On obtient par dérivation :

$$(104) \quad \frac{de}{dt} - \frac{j}{C} - r \frac{dj}{dt} + L \frac{d^2 j}{dt^2}.$$

Calculons $\frac{de}{dt}$:

— d'une part :

$$I = i + j = -\frac{e}{\rho} + j;$$

— d'autre part :

$$I = \frac{E - e}{R},$$

d'où :

$$(105) \quad \frac{E - e}{R} = j - \frac{e}{\rho},$$

et :

$$\frac{de}{dt} = \frac{R\rho}{R - \rho} \cdot \frac{dj}{dt}.$$

Portons dans l'équation (104) :

$$L \frac{d^2 j}{dt^2} + K \frac{dj}{dt} + \frac{j}{C} = 0,$$

avec :

$$K = r + \frac{R\rho}{\rho - R}.$$

Cette équation détermine j . La relation (105) donne e , d'où se déduisent I et i .

β) *Discussion.* — Si K est positif, la courbe $j = j(t)$ est une sinusoïde amortie; l'oscillation n'est pas entretenue.

Si K est négatif, l'amplitude de l'oscillation croît avec le temps. Pratiquement, elle se fixe à une certaine limite.

K est négatif lorsque :

$$\frac{rR}{R+r} < \rho < R.$$

Le point de fonctionnement doit se trouver sur un arc de la caractéristique, de pente négative et d'extrémités bien déterminées.

En première approximation, la période est voisine de :

$$(106) \quad T = 2\pi \sqrt{LC}$$

et ne dépend pas des caractéristiques du circuit principal.

γ) *Ordre de grandeur des constantes électriques.* — Pour la fréquence N , fixons par exemple la valeur 2 500. Il vient :

$$LC = 4 \cdot 10^{-9}.$$

La self, devant recevoir un courant important, sera faite de gros fil et, par suite, aura de faibles valeurs, à moins d'atteindre des dimensions considérables. Prenons donc une self de $4 \cdot 10^5$ cm, ou $4 \cdot 10^{-4}$ Henry, soit à peu près 40 spires bobinées sur un cylindre de 10 cm.

Il vient :

$$C = 10 \text{ microfarads.}$$

δ) *Expérimentation.* — Si l'on réalise une modulation profonde du faisceau lumineux, le courant j prendra des valeurs notables : sans qu'on puisse *a priori* en fixer le maximum, il semble qu'il doive atteindre au moins 50 ampères. La self L sera prévue en conséquence; le condensateur C devra supporter de fortes différences de potentiel. Nous comptons entreprendre prochainement les expériences correspondantes.

6. — Miroir tournant.

Pour déterminer la vitesse d'un courant gazeux *très rapide et quasi-uniforme*, on peut utiliser la méthode chronophotographique, en réduisant la vitesse apparente des particules, grâce à un miroir tournant. Cette technique, dont le champ d'application est très limité, rendra pourtant des services, par exemple pour certaines mesures de débit, ou dans l'étalonnage des anémomètres aux grandes vitesses. Nous l'exposerons très sommairement :

a) *Théorie.*

Soit à explorer une tranche de longueur L , parcourue à la vitesse inconnue V_0 (fig. 77). A la distance D , plaçons un miroir plan M , tournant, à la vitesse angulaire ω ,

autour d'un axe normal au plan de figure. Pour rendre le mouvement parfaitement uniforme, le miroir sera muni d'un volant lourd. La longueur D devra être assez grande devant $\frac{L}{2}$.

Sur le cliché, nous relevons la vitesse apparente v des particules, en tenant compte du grandissement. Un mobile P, qui se déplacerait dans le plan de visée, avec la vitesse $V_0 - v$, paraîtrait immobile sur la plaque. L'émergent correspondant, OP', serait donc fixe; or, l'incident OP tourne avec la vitesse 2ω . Par suite :

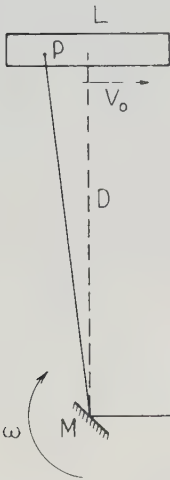


Fig. 77

$$(107) \quad 2\omega = \frac{V_0 - v}{D},$$

relation qui détermine V_0 , connaissant ω , D et v .

b) *Application numérique.*

Soient :

$$V_0 = 200 \text{ m/s}, \quad D = 1 \text{ m}, \quad v = 20 \text{ m/s}.$$

Il vient :

$$\omega = 90 \text{ rad/s}$$

d'où, pour la fréquence de rotation :

$$N \approx 15 \text{ tours/s}.$$

Il n'est donc pas nécessaire, en général, que le miroir tourne très vite.

c) *Luminosité.*

Le facteur exposition se calcule, comme à l'ordinaire (1), en remplaçant V_0 par la vitesse apparente v . Toutefois, le temps de balayage t ne saurait dépasser la valeur $\frac{L}{V_0}$, qu'il atteigne pour $v = 0$.

Application :

$$L = 20 \text{ cm} \quad \text{et} \quad V_0 = 200 \text{ m/s} \quad \text{donnent} \quad t = 1/1000 \text{ s}.$$

Cette valeur est très supérieure à celles que nous avons calculées au chapitre V.

d) *Détermination pratique de V_0 .*

α) Il faut connaître avec précision la rotation du miroir et la distance D, d'où $V_0 - v$. Le cliché donnant v , on en déduit V_0 . Ce procédé nécessite généralement une

(1) Chapitre V.

grande fréquence d'interruptions lumineuses : avec les valeurs numériques précédentes, il faut 3 000 interruptions par seconde pour avoir trois coupures durant le temps t de traversée de la région explorée.

β) On peut encore, en faisant varier la rotation du miroir, chercher à immobiliser les images des particules sur le verre dépoli. Il n'est plus besoin d'interrompre la lumière, ni de prendre une photographie : on notera seulement la vitesse de rotation qui correspond à l'arrêt des images. Mais il ne faut pas attendre, de ce procédé, une très grande précision.

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATION A LA VISUALISATION
DES CHAMPS AÉRODYNAMIQUES

CHAPITRE VII

QUELQUES EXPÉRIENCES DE VISUALISATION D'ÉCOULEMENTS AÉRODYNAMIQUES

Les recherches expérimentales que nous allons décrire ont été réalisées à l'Institut de Recherches de Poitiers. Indépendamment des données qu'elles ont fournies sur les écoulements explorés, elles ont permis de vérifier les principes que nous avons exposés dans la première partie de cet ouvrage et de mettre au point leur technique d'application.

Toutes ces visualisations furent effectuées au moyen de poudres d'aluminium du commerce; les montages étaient réalisés dans notre soufflerie d'études, sur laquelle nous allons donner quelques renseignements.

LA SOUFFLERIE DE VISUALISATION DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX. — PRÉCISION DES LECTURES

1. — La soufflerie.

C'est une soufflerie de type Eiffel, construite suivant les plans de M. CHARTIER. L'air est aspiré dans une cour intérieure de l'Institut de Recherches et rejeté dans une chambre d'évacuation qui communique avec l'extérieur. Les cotes principales du montage sont données par la *figure 78*.

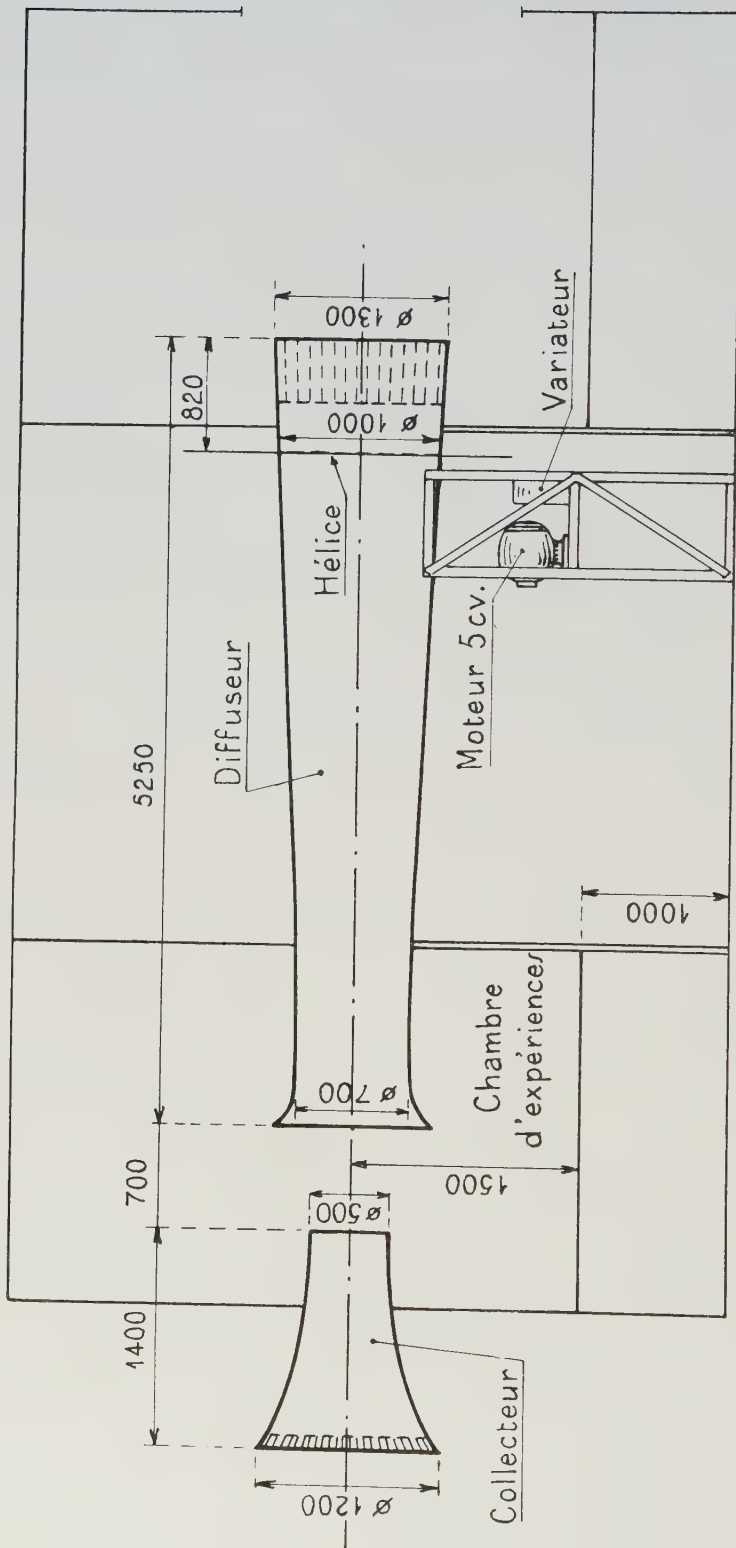
a) *Collecteur.*

Le profil du collecteur est représenté par la *figure 79*. Un nid d'abeilles régularise l'écoulement; un second filtre peut être placé vers l'aval du convergent.

b) *Veine.*

La veine est circulaire, de diamètre 50 cm; sa longueur normale est de 75 cm, mais on peut la faire varier, soit en prolongeant l'extrémité aval du collecteur par des tronçons cylindriques de 25 cm, soit en supprimant, à l'entrée du diffuseur, un tronçon amovible de 75 cm (*fig. 80*). Le tableau XIII résume les différentes longueurs réalisables.

SOUFFLERIE D'ÉTUDES



Cotes en mm

Fig. 78. — Cotes principales de la soufflerie d'études de Poitiers

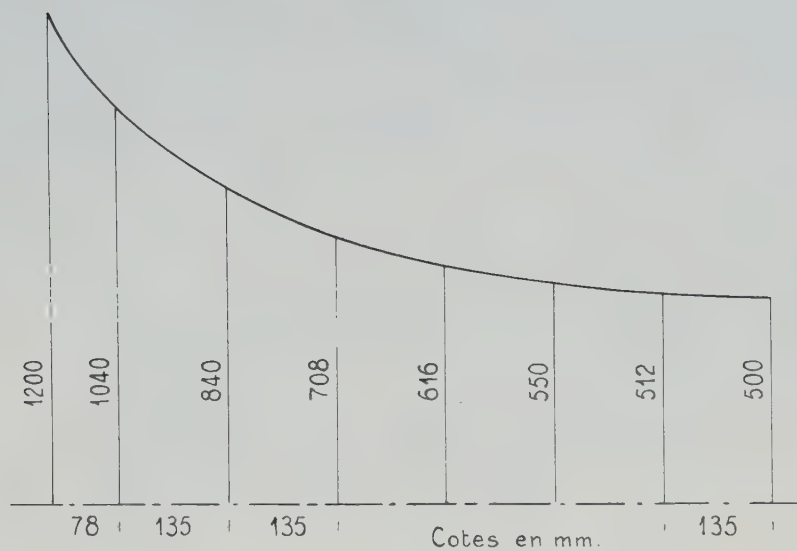


Fig. 79. — Profil du collecteur

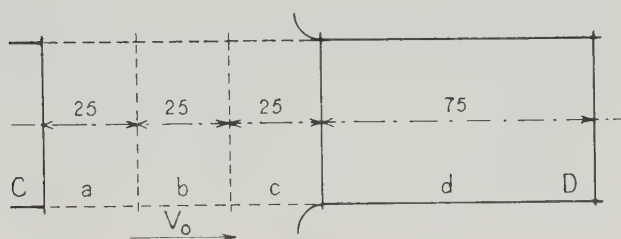


Fig. 80

TABLEAU XIII

MODIFICATIONS PAR RAPPORT AU MONTAGE NORMAL (figure 80)	LONGUEUR DE LA VEINE LIBRE (cm)
Suppression du tronçon <i>d</i>	150
La même, plus adjonction de <i>a</i>	125
Les mêmes, plus adjonction de <i>b</i>	100
Les mêmes, plus adjonction de <i>c</i>	75
Montage normal	75
Adjonction de <i>a</i>	50
La même, plus adjonction de <i>b</i>	25
Les mêmes, plus adjonction de <i>c</i>	veine totalement guidée

c) *Ventilateur.*

Le ventilateur est une hélice Rateau à huit pales, de diamètre 100 cm (*fig. 81*). Un variateur de vitesses permet de le faire tourner de 275 à 1650 t/m. La puissance absorbée est de 3,5 CV.

L'air refoulé par le ventilateur débouche dans une chambre d'évacuation et s'échappe à l'extérieur par une baie d'ouverture réglable.

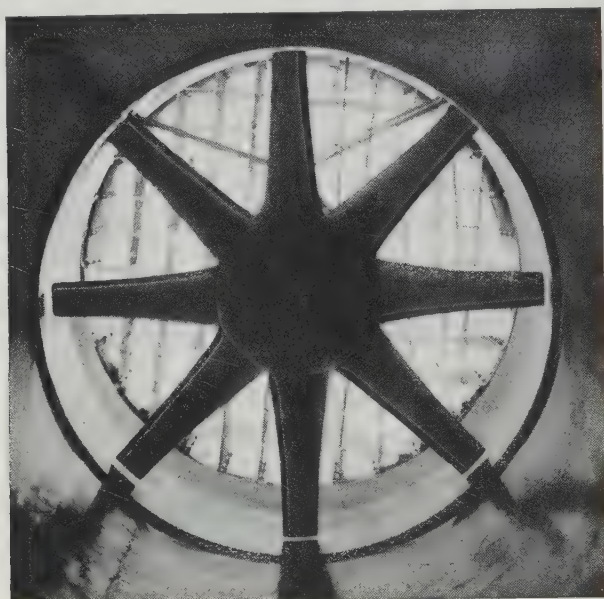


Fig. 81. — L'hélice ventilateur

d) *Variation de la vitesse.*

En agissant sur la rotation de l'hélice par l'intermédiaire du variateur, on obtient une gamme de vitesses de 30 à 4 m/s; on peut même descendre jusqu'à 0,5 m/s, en fermant partiellement les volets de la chambre de sortie : l'expérience montre que ce procédé n'altère pas sensiblement la qualité de l'écoulement.

e) *Rendement.*

Le rendement de l'ensemble est voisin de 1,3.

En résumé, cette soufflerie permet une variation continue de la vitesse de 0,5 à 30 m/s; ses possibilités de transformation lui confèrent une grande souplesse d'utilisation; mais sa communication directe avec l'atmosphère la rend sensible aux effets du vent.

2. — **Quelques détails d'expérimentation.**

a) *Dispositions générales.*

L'appareil photographique a son axe horizontal. Le projecteur est placé sous la veine; le plan lumineux, vertical, passe en général par l'axe de la soufflerie. Le

plafond de la chambre d'expériences est peint en noir mat, pour éviter que la lumière, en s'y réfléchissant partiellement, ne provoque des éclairages parasites. Une toile noire est tendue derrière la veine et face à l'appareil photographique, pour diminuer la brillance du fond.

b) *Repères de grandissement.*

Pour déterminer les vitesses absolues des particules, il est nécessaire de connaître exactement le grandissement du cliché. Nous avons donc disposé, dans le plan lumineux et en dehors de l'écoulement, soit une règle graduée, soit d'autres repères, qui se trouvaient photographiés et permettaient la mesure du grandissement. Ces repères, extérieurs à la zone explorée, furent éliminés au tirage et ne figurent pas, en général, sur les photographies. D'ailleurs, la maquette suffit parfois à repérer le grandissement : par exemple, dans le cas de l'écoulement autour d'un cylindre ou d'une aile, la largeur de l'ombre portée constitue une excellente base de mesure (1).

3. — **Précision des résultats.**

Les pointés étant faits sur des agrandissements suffisants, on peut compter obtenir la valeur des vitesses avec une erreur relative inférieure à 3 ou 4 %, si l'on prend le maximum de précautions à tous les stades de l'expérience.

Si l'on tolère une erreur de l'ordre de 10 %, il est possible d'opérer très rapidement et très commodément : tel serait, par exemple, le cas d'une application de la méthode à certaines études d'aérodynamique industrielle, où l'importance primordiale du facteur rendement peut conduire à négliger, fût-ce au détriment de la précision, des précautions parfois fastidieuses.

(1) Il s'agit de la bande noire N de la *figure 39*.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ACTIONS DU VENT SUR LES ÉDIFICES VISUALISATION DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE AUTOUR D'UNE MAQUETTE DE TOITURE

La détermination des effets du vent sur les édifices, en vue d'applications techniques, est un problème très complexe sous sa forme générale. Cette complexité tient à plusieurs causes, parmi lesquelles :

- l'irrégularité de régime des vents naturels, quant à la vitesse et quant à l'orientation;
- la grande variété de formes des constructions actuelles;
- l'importance des interactions qui s'exercent entre édifices voisins.

Aussi, malgré les résultats très substantiels apportés par de nombreuses expériences contemporaines, d'importants problèmes se posent-ils encore en ce domaine : nous pensons que la méthode de visualisation chronophotographique est susceptible de contribuer à leur résolution.

Pour préciser cette idée, nous présentons ici une étude du champ aérodynamique, autour d'une maquette de toiture à deux versants symétriques, d'allongement infini.

1. — Dispositifs expérimentaux.

a) *Maquettes.*

Les maquettes sont constituées par un rectangle de plexiglas, de longueur 15 cm, de largeur 6 cm, d'épaisseur 0,5 mm, plié, suivant un grand axe, en un dièdre d'ouverture α ; on les place entre deux plans verticaux P_1 et P_2 , parallèles à l'axe de la soufflerie : P_1 est une feuille de contre-plaqué, peinte en noir mat; P_2 est une vitre, à travers laquelle sont prises les photographies. L'arête du dièdre est horizontale, et normale à la direction générale de l'écoulement. Un sol S, également en plexiglas, complète le dispositif. Les cotes du montage ont été déterminées par le souci de n'engager qu'une faible partie de la veine soufflante. La transparence des différents éléments permet de visualiser l'ensemble du champ, sur une même photographie (*fig. 82*).

b) *Choix de l'échelle et de la vitesse.*

On sait que, dans le cas d'obstacles à arêtes vives, le champ aérodynamique reste semblable à lui-même, quand on fait varier dans de très larges limites, soit l'échelle de l'obstacle, soit la vitesse générale de l'écoulement. Cette similitude s'explique par la fixité des points de décollement, dont la position est généralement imposée par les arêtes vives.

α) *Choix de l'échelle.* — Pour éviter la déformation des filets d'air à la périphérie de la veine, il est indispensable, comme l'ont montré des expériences préliminaires,

de n'engager au maximum que les 15/100 de son diamètre. Ce diamètre étant égal à 50 cm, nous avons dû adopter les cotes indiquées précédemment. L'extension à la vraie grandeur des résultats obtenus reste évidemment légitime, malgré la petitesse des maquettes; toutefois, il serait souhaitable, au point de vue de la précision des mesures, de pouvoir opérer à plus grande échelle.

β) *Choix des vitesses.* — La même maquette demeurant en place, nous avons visualisé le champ pour des vitesses générales V_0 très différentes : les écoulements ont toujours été rigoureusement semblables (1). Cette vérification confirme

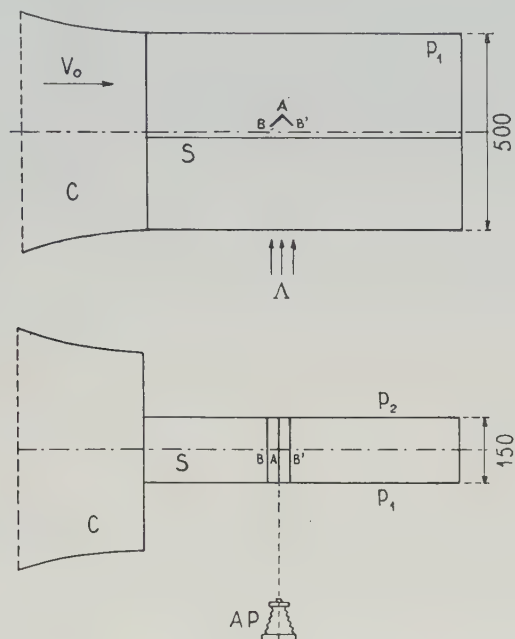


Fig. 82. — Étude d'une maquette de toiture
Dispositif expérimental. C : collecteur; S : sol;
P₁ : vitre; P₂ : feuille de contre-plaqué; AP : appareil
de prises de vues; Λ : lumière incidente
Cotes en millimètres

d'abord le principe de similitude que nous venons de rappeler; elle prouve, en outre, que les grandeurs caractéristiques de nos expériences ont été correctement choisies : échelle de la maquette, cotes du montage, coefficient de la poudre.

Les photographies que nous publions (*fig. 83 à 92*) correspondent, les unes à :

$$V_0 = 120 \text{ cm/s,}$$

les autres à :

$$V_0 = 300 \text{ cm/s,}$$

valeurs fixées par des raisons de commodité expérimentale.

(1) On rapprochera par exemple les *figures 87 et 88*.

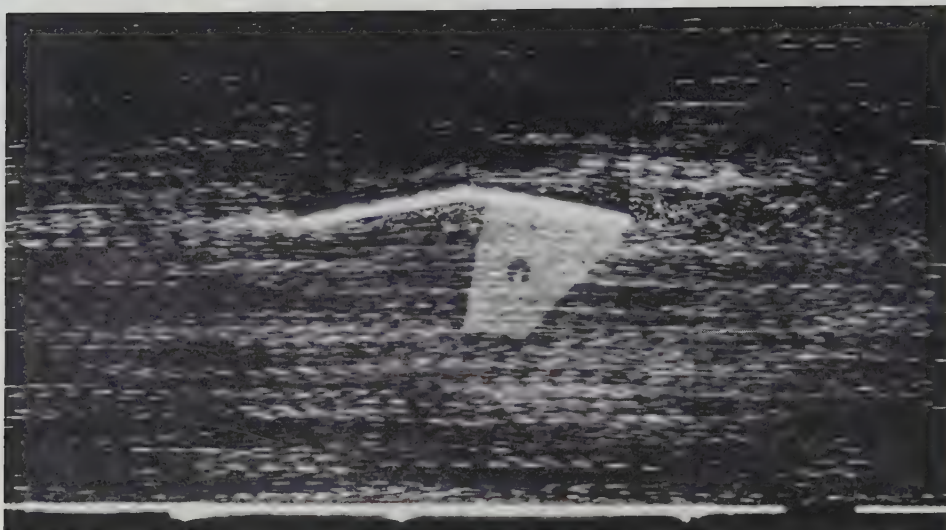


Fig. 83. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 300 \text{ cm/s}$; $\alpha = 160^\circ$; Poudre « B.P. 140 »; $K_0 = 2500$

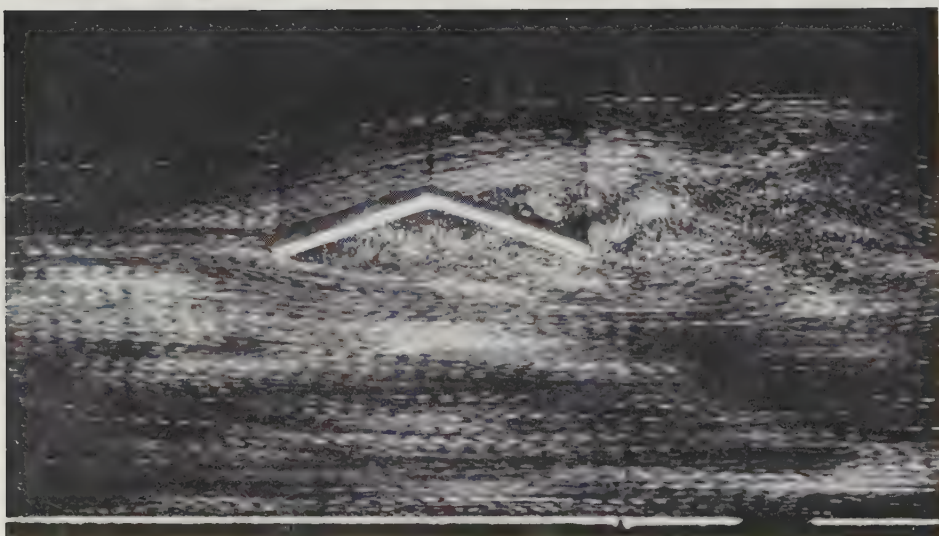


Fig. 84. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 140^\circ$; $K_0 = 2500$

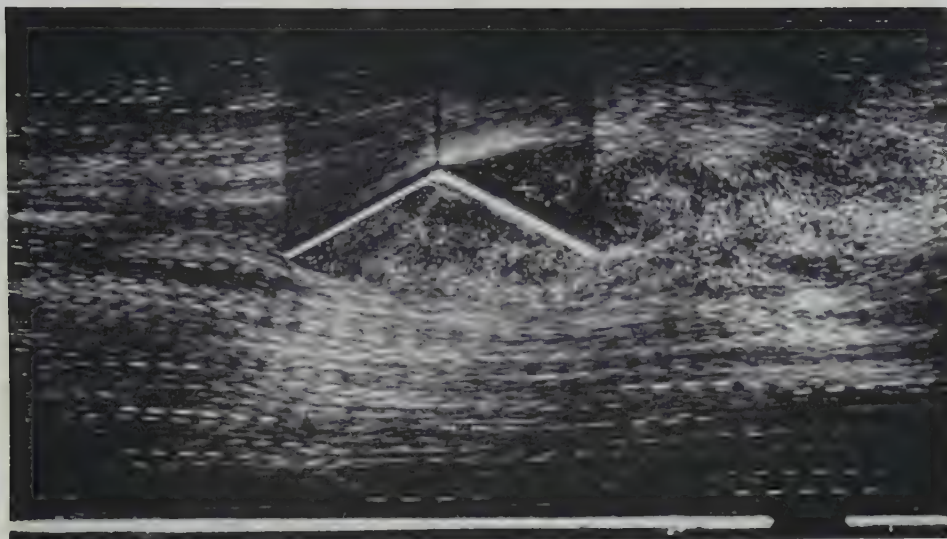


Fig. 85. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 120^\circ$; $K_0 = 2\,500$

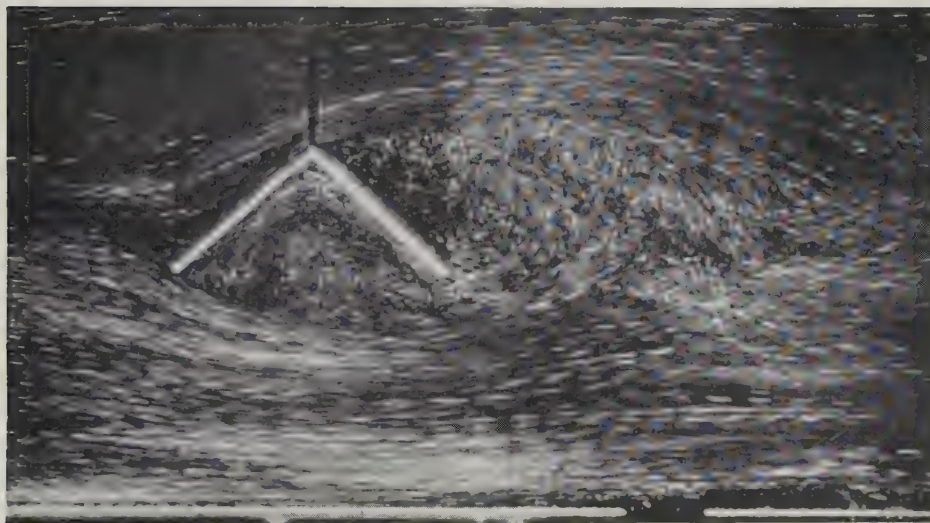


Fig. 86. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 300 \text{ cm/s}$; $\alpha = 100^\circ$; $K_0 = 2\,500$



Fig. 87. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 80^\circ$; $K_0 = 2500$

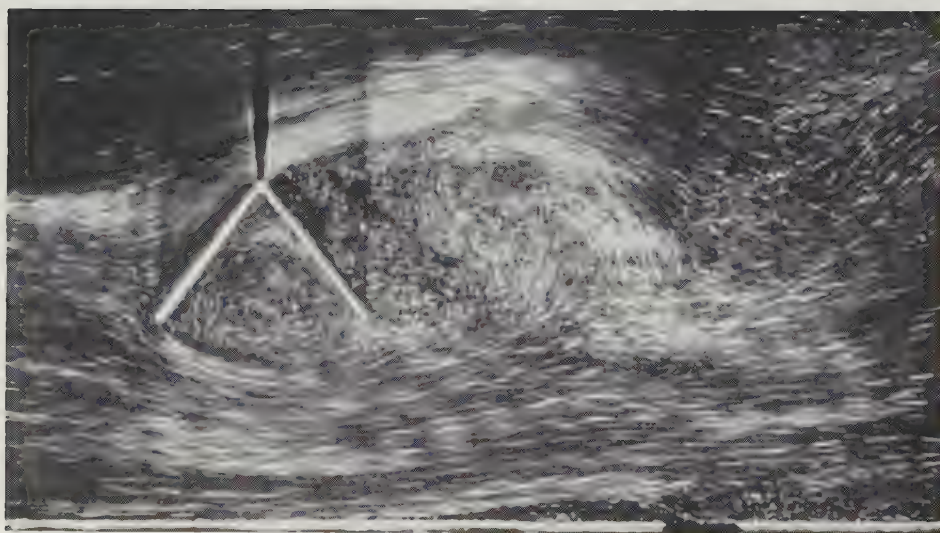


Fig. 88. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 300 \text{ cm/s}$; $\alpha = 80^\circ$; $K_0 = 2500$



Fig. 89. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 60^\circ$; $K_0 = 2\,500$



Fig. 90. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 40^\circ$; $K_0 = 2\,500$

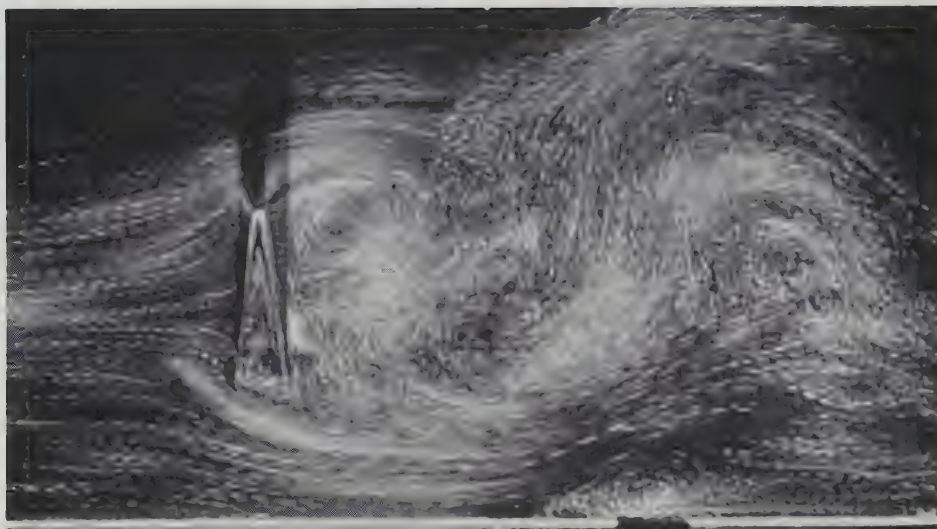


Fig. 91. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 20^\circ$; $K_0 = 2500$

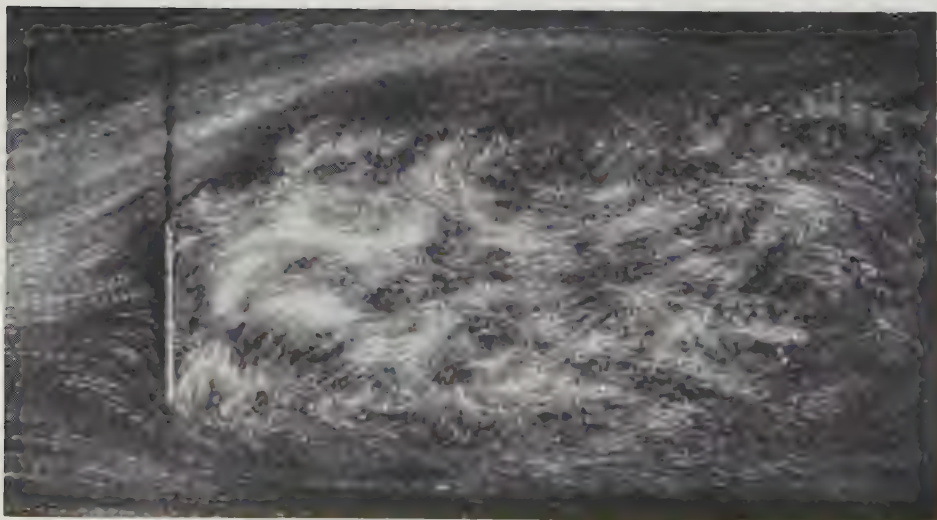


Fig. 92. — Écoulement autour d'une maquette de toiture
 $V_0 = 120 \text{ cm/s}$; $\alpha = 0^\circ$; $K_0 = 2500$

2. — Étude cinématique de l'écoulement.

Nos clichés se rapportent à des maquettes d'ouverture différente : l'angle α varie de 160° à 0° , par 20° . Par un effet de perspective, le sol et la maquette apparaissent sous la forme de traits blancs, qui visualisent les rectangles lumineux, dessinés par le plan d'éclairement sur les feuilles de plexiglas.

On distingue d'abord :

- une zone d'écoulement permanent, à potentiel de vitesses;
- des régions tourbillonnaires, dont l'étendue varie avec l'angle α .

Sur la *figure 84*, on remarquera la faible vitesse des particules de la *couche limite*, au voisinage immédiat du sol (1).

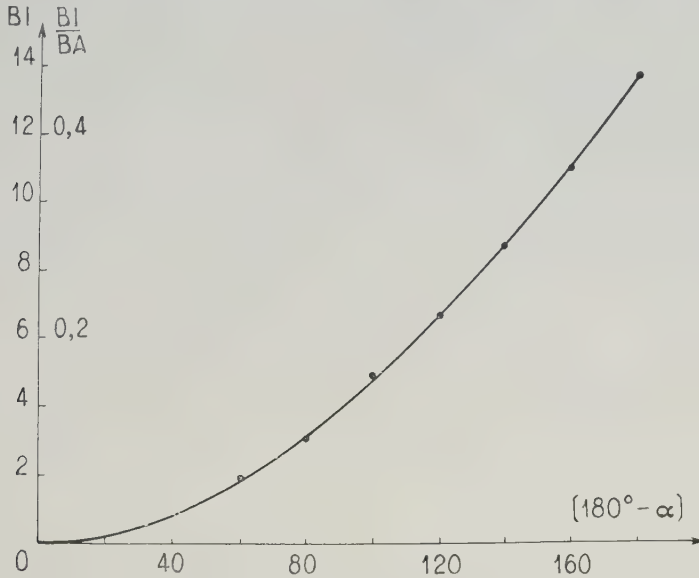


Fig. 93. — Variation de l'abscisse du point d'arrêt en fonction de l'angle d'ouverture

a) Étude de la région irrotationnelle.

Cette région occupe tout le champ amont de la toiture. Une ligne à point d'arrêt partage l'écoulement en deux veines, qui passent respectivement au-dessus et au-dessous du modèle.

Le point d'arrêt I a une grande importance pratique : il correspond au maximum de la pression exercée par l'air sur la maquette. Soient B le bord d'attaque et A le bord de fuite du versant « au vent » : le tableau XIV et la courbe 93 représentent les variations du rapport $\frac{BI}{BA}$ en fonction de l'ouverture α .

(1) Voir aussi page 180.

TABLEAU XIV

NUMÉRO DE LA FIGURE	α DEGRÉS	BI mm	$\frac{BI}{BA}$ (BA = 30 mm)
	180	0	0
83	160	?	?
84	140	?	?
85	120	2	0,07
86	100	3	0,1
87	80	5	0,17
89	60	6,5	0,22
90	40	8,5	0,28
91	20	11	0,37
92	0	14	0,47

Les figures 94 et 95 sont des restitutions du champ des vitesses, pour $\alpha = 140^\circ$ et $\alpha = 40^\circ$.

b) *Étude des régions tourbillonnaires.*

Une première région comprend l'intérieur du dièdre et s'étend loin à l'aval. Une seconde, moins étendue, s'aperçoit au niveau du sol, un peu à l'aval de la maquette.

α) *Oscillation.* — Dans les zones tourbillonnaires, comme en leur voisinage immédiat, l'écoulement n'est pas permanent. Les tourbillons, généralement entraînés par le courant, provoquent une fluctuation périodique des lignes qui les séparent des régions irrotationnelles. Toutefois, dans le cas présent, cette oscillation est relativement faible. On s'en assure, soit en observant directement la tranche éclairée, après mise en suspension des paillettes, soit en comparant plusieurs clichés, pris à des instants différents, avec la même maquette (1). L'existence d'arêtes vives semble contribuer à cette stabilité relative du sillage.

β) *Le sillage principal.* — A l'intérieur de la maquette, et sur une vaste étendue à son aval, règne une région tourbillonnaire, d'abord nettement délimitée. Notre installation ne nous a pas permis d'évaluer la distance, après laquelle ce sillage pouvait être considéré comme amorti. On notera l'importance croissante de la perturbation, à mesure qu'augmente l'élancement du toit.

Les figures 90, 91, 92 sont particulièrement significatives à cet égard et donnent idée de l'espacement que l'on devrait ménager entre deux édifices, si l'on voulait éviter toute interaction.

(1) On rapprochera par exemple les figures 87 et 88.

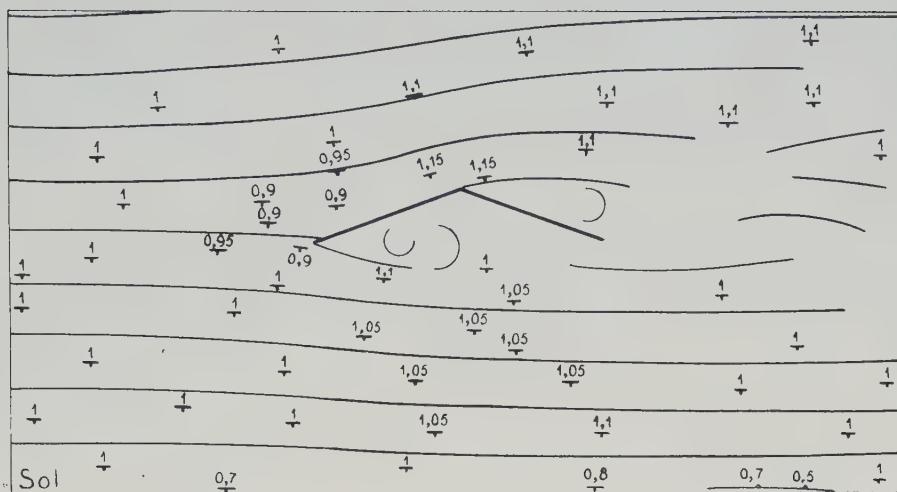


Fig. 94. — Champ aérodynamique autour d'une maquette de toiture — $\alpha = 140^\circ$

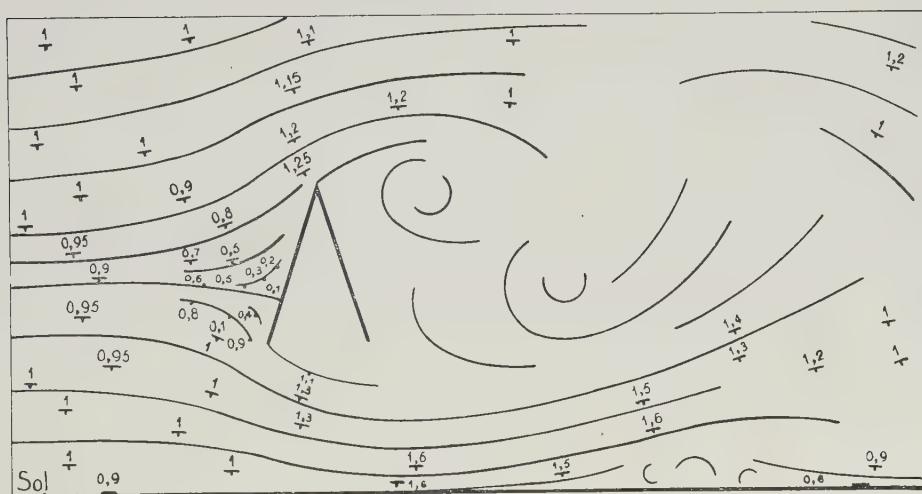


Fig. 95. — Champ aérodynamique autour d'une maquette de toiture — $\alpha = 40^\circ$

γ) *Le sillage secondaire.* — Nous appelons ainsi la zone tourbillonnaire qui apparaît, au ras du sol, sur la partie droite des photographies. Son importance croît avec l'élancement.

Toutefois, elle paraît nettement réduite sur la *figure 92* (plaque plane normale au courant). Cette apparence est probablement accentuée par un effet d'oscillation : cependant, l'examen d'autres clichés, correspondant au même obstacle, et non reproduits ici, semble confirmer que l'étendue du sillage secondaire tend à diminuer quand l'angle α passe de 20° à 0° .

3. — Actions du vent sur la toiture.

a) *Calcul des pressions dans la région irrotationnelle.*

α) *Formule générale.* — La relation de Bernoulli s'applique à cette région, en dehors des couches limites.

Désignons respectivement par p et V la pression et la vitesse en un point du champ; par p_0 et V_0 la pression statique et la vitesse générale de la veine; par ρ' la masse spécifique de l'air. La relation s'écrit :

$$(108) \quad p + \frac{1}{2} \rho' V^2 = p_0 + \frac{1}{2} \rho' V_0^2.$$

Définissons le *coefficient de résistance* c par la formule :

$$(109) \quad c = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho' V_0^2}.$$

Il vient :

$$(110) \quad c = 1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^2.$$

Il est alors facile de déterminer c , en tous les points où l'on peut mesurer V .

β) *Difficultés.* — Le calcul des actions subies par la toiture, sur chacune des faces de ses deux versants, constitue le problème le plus important du point de vue des applications. Malheureusement, seule la face au vent du versant amont est baignée par l'écoulement irrotationnel. Cependant, comme l'ont montré les expériences antérieures, c'est précisément sur cette face que les pressions sont le plus considérables et que leurs variations ont le maximum d'amplitude. Il est donc intéressant de pouvoir en déterminer la répartition.

Les trajectoires particulières semblent, en général, moins nettes et moins marquées au voisinage immédiat du versant à explorer. Cette particularité, qui nuit à la précision des mesures, résulte d'un phénomène d'orientation (1); la plupart des lamelles ont pris une position frontale, et ne réfléchissent plus la lumière vers l'appareil photographique.

(1) Chapitre III.

γ) *Remèdes.* — On améliorera la précision des mesures, soit en accroissant l'échelle de la maquette, soit en augmentant notablement l'intensité lumineuse.

Ces dispositions, que notre matériel actuel ne nous a pas permis de prendre, deviendront possibles avec le projecteur chronophotographique P₂ (1) et les souffleries dont disposera prochainement l'Institut de Recherches de Poitiers.

δ) *Résultats.* — Les difficultés que nous avons signalées n'empêchent pas de déterminer l'allure générale de la variation de c le long du versant au vent. Les courbes correspondantes sont tracées sur la figure 96; les arcs pointillés sont incertains.

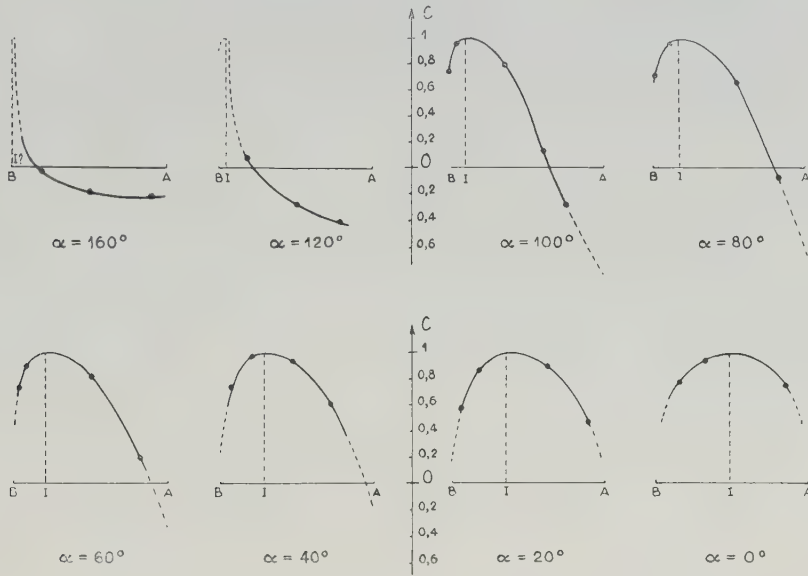


Fig. 96. — Valeurs du coefficient de résistance c aux différents points de la face « au vent »

Au point d'arrêt I, le coefficient de résistance atteint la valeur 1. Dans le cas de faibles élancements, il décroît très vite de part et d'autre de ce maximum théorique; on peut alors penser que, du fait de la viscosité et d'inévitables fluctuations de la veine, le maximum réel reste sensiblement inférieur à l'unité.

Suivant l'élancement, le versant au vent peut travailler en surpression ou en dépression. Au voisinage du sol, règne une dépression, d'ailleurs à l'origine du sillage secondaire.

b) *Actions dans les régions tourbillonnaires.*

La théorie ne peut permettre le calcul des actions sur les autres versants. Cependant, de la faible valeur des vitesses à l'intérieur de la toiture, on conclut que les faces internes sont soumises à une dépression quasi-uniforme, du même ordre que celle qui règne dans la région irrotationnelle la plus proche. Les conclusions sont plus incertaines en ce qui concerne la face sous le vent, en raison de l'intensité des tourbillons qui se développent à son voisinage.

1) Chapitre V.

EXPLORATION QUALITATIVE D'UNE VEINE DE SOUFFLERIE

La méthode chronophotographique se prête bien à l'exploration d'une veine de soufflerie, en l'absence d'obstacle.

L'étude quantitative du champ aérodynamique, à une vitesse donnée du courant général, nécessite en principe deux photographies pour chaque région explorée : la première, prise en lumière interrompue, donne la répartition des vitesses en grandeur et direction; la seconde, en éclairage continu, met en évidence les rotations locales par les effilochures des trajectoires (1).

1. — Difficultés expérimentales.

Nous avons cherché à explorer la veine de notre soufflerie d'études.

Il est surtout important de vérifier la constance de la vitesse, en grandeur et direction, aux différents points de la veine. Une même photographie doit alors embrasser la totalité d'une section longitudinale, de l'aval du collecteur à l'amont du diffuseur. Il faut, par conséquent, éclairer la veine sur toute sa longueur et réaliser une émission uniforme des poudres sur toute la hauteur. Nous avons montré (2) comment on obtenait ce résultat, si l'on disposait d'un compresseur assez puissant; mais le débit réduit de notre compresseur (2) nous a obligé à explorer séparément la région axiale et la région périphérique de l'écoulement. Par ailleurs, la veine étudiée ayant une longueur de 75 cm, alors que la largeur du plan lumineux de notre projecteur P₁ est de 30 cm seulement (3), nous avons dû visualiser l'écoulement en trois tranches successives *a*, *b*, *c*, empiétant un peu l'une sur l'autre. Les positions exactes de ces sections, et les grandissements des clichés étaient repérés, comme à l'ordinaire, par une règle centimétrique. Les épreuves étant tirées à un même grandissement, les longueurs des tirets chronophotographiques doivent être rigoureusement les mêmes dans les parties communes à deux clichés consécutifs.

Ce fractionnement nuit à la précision, et nous demanderons seulement aux photographies que nous présentons ici, des indications *qualitatives* sur la valeur de la veine étudiée.

REMARQUE. — On pourrait éviter le fractionnement de l'exploration, en disposant trois projecteurs côte à côte, le disque chronophotographique étant placé devant l'appareil de prises de vues.

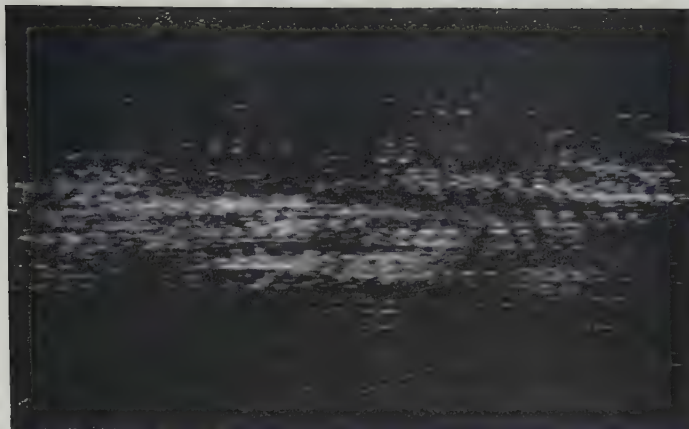
2. — Exploration de la région axiale.

L'écoulement est visualisé par les figures 97 (*a*, *b* et *c*). Au tirage, les épreuves ont été limitées de manière à supprimer les parties communes à deux sections consécutives. On obtient donc l'ensemble de la visualisation par juxtaposition des trois figures. Les axes des épreuves coïncident avec l'axe de la veine.

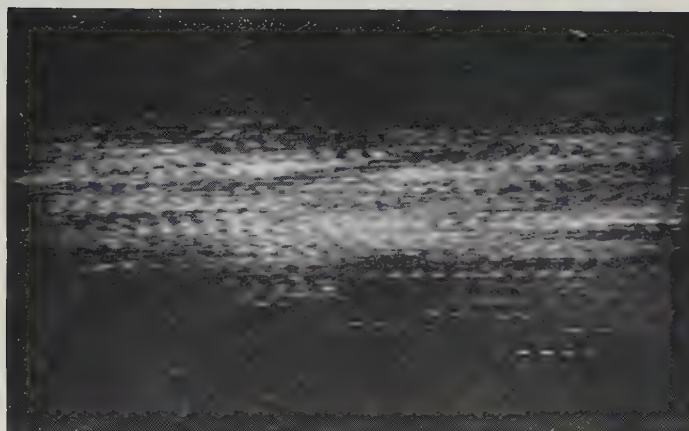
(1) Chapitre IV.

(2) Chapitre premier.

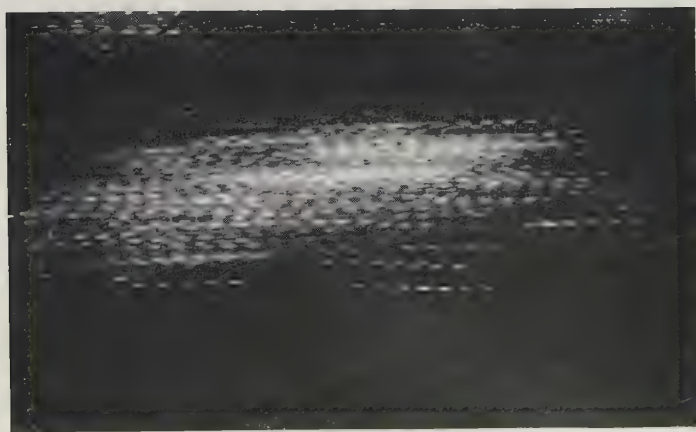
(3) Chapitre V.



a

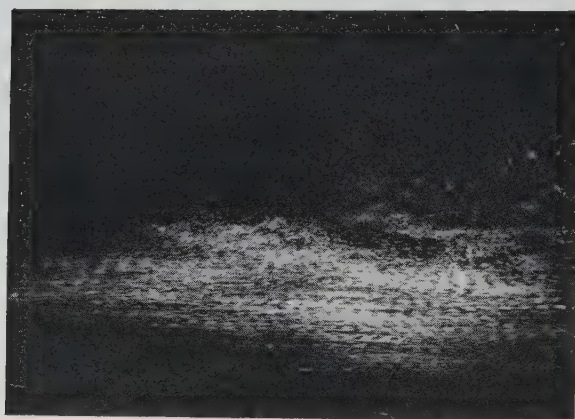


b

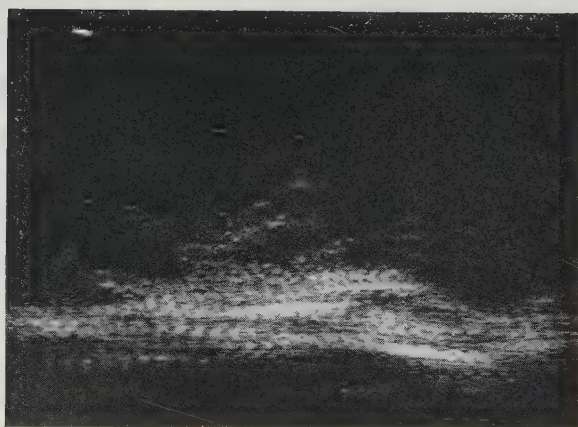


c

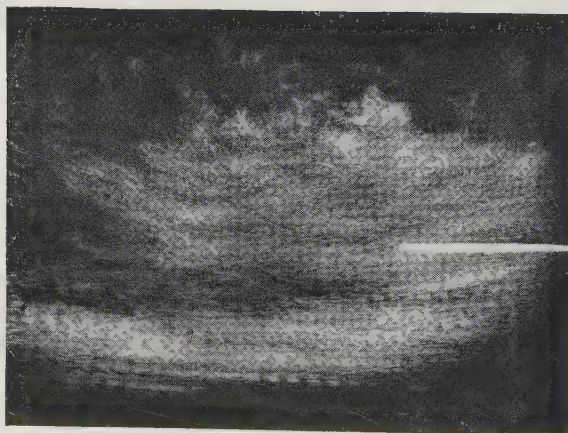
Fig. 97. — Région axiale d'une veine de soufflerie
 $V_0 = 5$ m/s. Poudre « B.P. 140 » : $K_0 = 2\,500$



a



b



c

Fig. 98. — Région périphérique d'une veine de soufflerie
 $V_0 = 5 \text{ m/s}$; $K_0 : 2\,500$



Fig. 100. — Écoulement au voisinage de la collerette
Région périphérique. Veine de grand allongement
 $V_0 = 8 \text{ m/s}$; $K_0 = 2\,500$

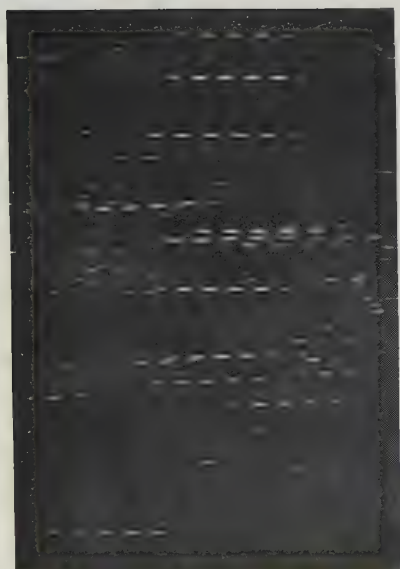


Fig. 99. — Visualisation d'une veine
sur une assez grande hauteur (35 cm)
 $V_0 = 8 \text{ m/s}$
Poudre « Fines paillettes » : $K_0 = 500$

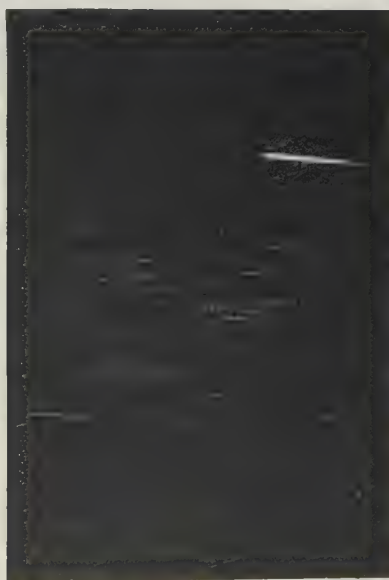


Fig. 101. — Effet d'une rafale de vent
au voisinage de la collerette
 $V_0 = 3 \text{ m/s}$; $K_0 = 2\,500$

L'apparence de l'écoulement est assez bonne. La direction de la vitesse subit quelques fluctuations, que nous avons constamment observées en veine sans obstacle : ces fluctuations semblent de peu d'importance pratique, les forces qui les provoquent étant probablement négligeables devant celles qui naissent de la présence d'un obstacle. C'est d'ailleurs un fait d'observation courante, que les lignes de courant autour d'une maquette sont, en général, mieux organisées que celles d'une veine sans obstacle.

Ces expériences ont été reprises à des vitesses plus grandes; les résultats sont comparables.

3. — Exploration de la région périphérique.

Les figures 98 (*a*, *b* et *c*) montrent l'évolution de la zone frontière de la veine, du collecteur au diffuseur. A l'extrême droite, on aperçoit un repère horizontal, aligné sur le point le plus haut de la section aval du collecteur.

La région tourbillonnaire prend une importance croissante de l'amont à l'aval. La largeur de la veine saine diminue; à l'entrée du diffuseur, elle est seulement les 85 centièmes de sa valeur initiale. Un régime tourbillonnaire s'établit dans la chambre d'expériences, affectant même des régions éloignées de la veine soufflante.

4. — Visualisations diverses.

a) La figure 99, où les particules se trouvent correctement réparties sur une assez grande hauteur (35 cm), visualise une tranche d'écoulement voisine du collecteur. Les ponctués visibles sur les tirets lumineux sont imputables à une oscillation spontanée de l'arc électrique (1).

b) La figure 100 représente les phénomènes au voisinage de la collerette du diffuseur, la longueur de la veine ayant été portée à 120 cm par la suppression d'un tronçon du diffuseur. La région tourbillonnaire est très importante; sa frontière avec la région saine est particulièrement nette.

c) La figure 101 montre les effets d'un violent coup de vent extérieur, au voisinage de la collerette du diffuseur.

(1) Chapitre VI.

ÉTUDE D'UN MOUVEMENT RELATIF

LIAISON DE L'APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE AUX AXES MOBILES

Soit à visualiser un écoulement, rapporté à des axes animés d'un certain mouvement par rapport aux parois de la chambre d'expériences. Cette visualisation s'obtient en liant l'appareil photographique aux axes mobiles. En pratique, on se bornera aux mouvements uniformes de *translation* ou de *rotation*.

Nous avons mis au point cette technique sur une roue à aubes et visualisé le champ des vitesses relatives aux parois des canaux interaubes [39 et 40].

1. — Montage de l'expérience.

L'appareil d'étude (*fig. 102*) comprend essentiellement un rotor, entouré d'un carter clos qui en épouse la forme. Le rotor, d'axe vertical, peut tourner à différents régimes, grâce à un variateur de vitesses à plateau, et porte le système d'aubes que l'on se propose d'étudier. Ces aubes cylindriques ont leurs génératrices parallèles à l'arbre de rotation, qui est pris entre deux paliers à billes démontables, permettant d'enlever facilement le rotor pour modifier éventuellement les profils. Le carter est fixe; il comporte un système d'adduction et d'évacuation du fluide, dont le débit est réglé par un ventilateur. Dans le modèle que nous avons utilisé pour mettre la méthode au point, l'adduction était périphérique et réalisée au moyen de quatre distributeurs à collerettes; l'aspiration se faisait au centre. Mais toute autre disposition peut être envisagée, selon la nature de l'étude entreprise.

Par ailleurs, les dispositifs habituels de la chronophotographie sont réalisés. Les particules sont introduites en des points convenables des distributeurs, grâce à des sondes profilées. Les parois du carter sont percées de deux ouvertures, obturées par des feuilles de plexiglas : l'une, périphérique, sert au passage d'un faisceau lumineux plan, normal aux génératrices des aubes; l'autre, située à la partie supérieure du carter et au-dessus des aubes, permet de photographier le canal étudié, lorsqu'il passe dans la région éclairée.

L'objectif dirigé vers le bas, un appareil photographique lié au rotor est mis au point sur le canal à étudier; un fil élastique est attaché, d'une part en un point de l'arbre de rotation, d'autre part au levier de l'obturateur, qu'il maintient armé. Pour déclencher l'ouverture au moment voulu, on dispose, sur le trajet balayé par l'élastique, une lame mobile, solidaire d'une poignée de commande. En manœuvrant cette poignée, la lame se redresse et le fil vient la rencontrer en tournant avec le rotor; le fil est sectionné, l'obturateur s'ouvre et la photographie se prend lorsque le canal passe dans la zone éclairée, à condition que le temps de pose ait été convenablement réglé.

Au point de vue de l'impression de la plaque (1), la vitesse radiale de l'écoulement intervient seule pour limiter le champ d'application de la méthode; la vitesse de rotation n'a théoriquement aucune influence. Une difficulté mécanique se présente cependant quand cette rotation devient trop forte : la force centrifuge finit par contrarier le bon

(1) Chapitre V.

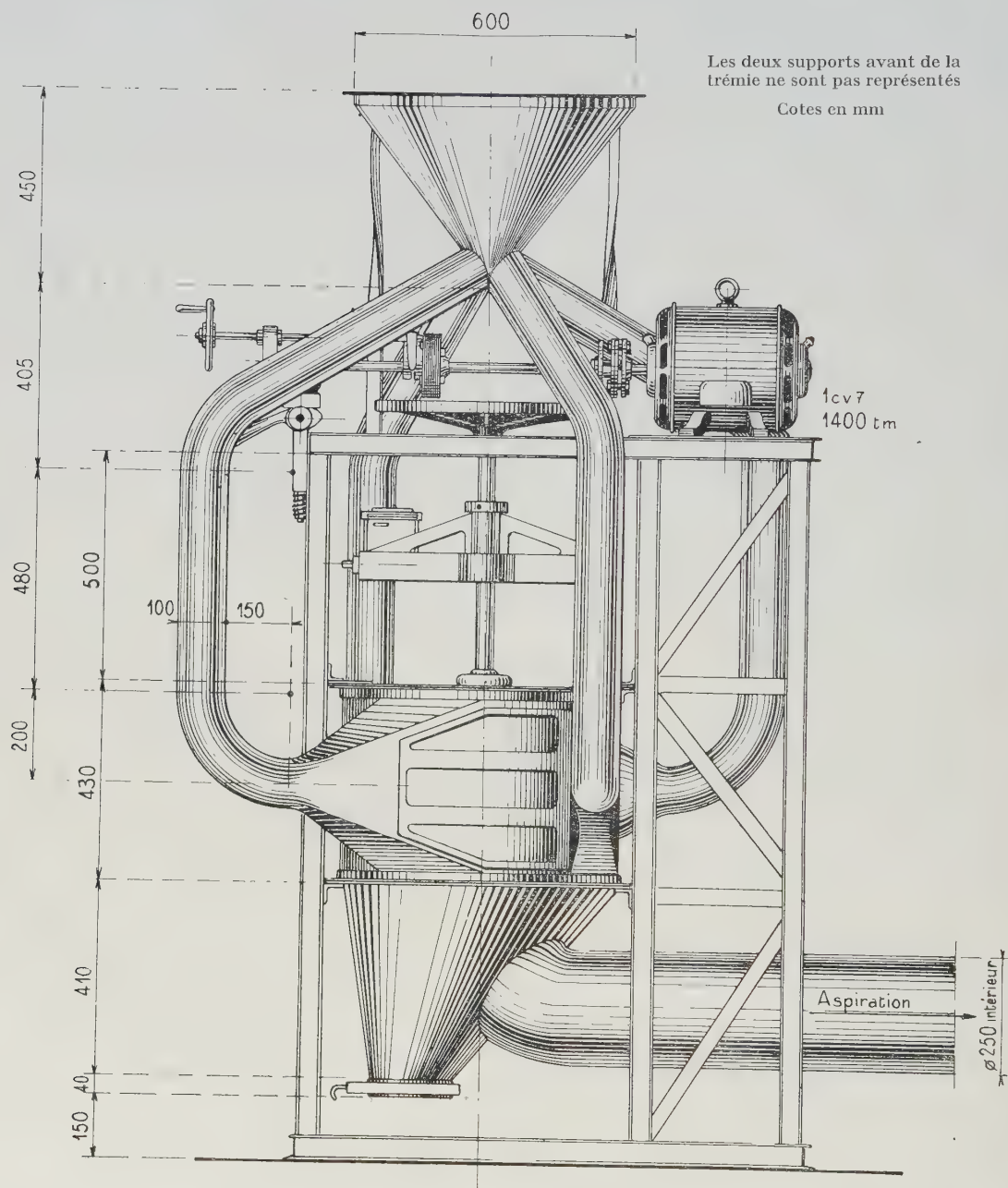


Fig. 102. — Étude d'un mouvement relatif : dispositif expérimental

fonctionnement de l'obturateur, en dépit de la légèreté des pièces qui le constituent. L'appareil refuse alors de s'ouvrir ou bien de se fermer, suivant l'orientation de l'obturateur : on peut remédier à cet inconvénient moyennant quelques dispositifs simples.

2. — Différents régimes de fonctionnement.

Nos expériences ont porté sur des aubes symétriques, arrondies vers la périphérie, le plan de symétrie passant par l'axe de rotation (*fig. 103*). Ces profils permettent une première étude, évidemment sommaire, de plusieurs régimes de fonctionnement : appelons

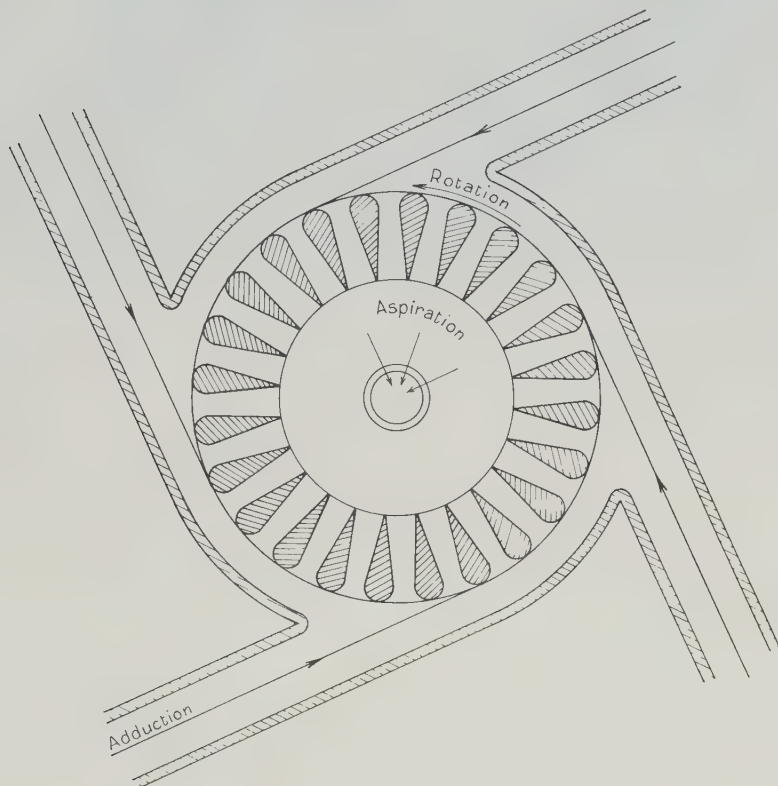


Fig. 103. — Étude d'un mouvement relatif : le système d'aubes

en effet U la vitesse périphérique de la roue, et V_t la composante tangentielle de la vitesse absolue du fluide vers l'entrée du canal étudié; en faisant varier le débit du ventilateur, la rotation du rotor demeurant constante, on observe les phénomènes suivants :

a) Écoulement centripète.

Pour une vitesse suffisante du ventilateur d'aspiration, l'écoulement dans les canaux est *centripète* : la force centrifuge qui s'exerce sur les molécules d'air, du fait de la rotation des aubes, est vaincue par l'aspiration. Deux régimes sont possibles :

α) Si l'aspiration est très forte, $V_t > U$. — Au point de vue cinématique, l'écoulement est celui qui se produirait si le fluide entraînait le rotor, comme dans une *turbine radiale centripète*.

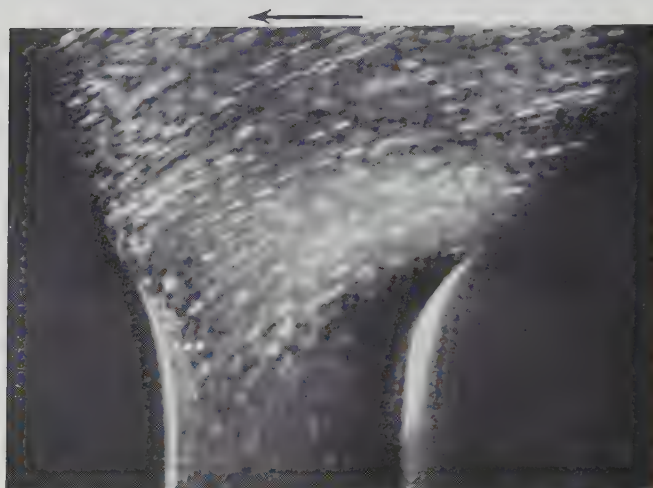


Fig. 104. — Écoulement dans un canal interaubes
 $U = 2 \text{ m/s}$; $V_t = 3 \text{ m/s}$
(La flèche indique le sens de la rotation des aubes)

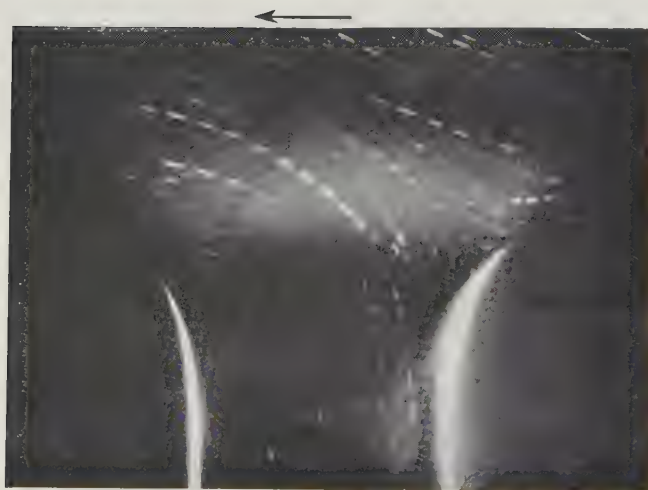


Fig. 105. — Écoulement dans un canal interaubes
 $U = 4 \text{ m/s}$; $V_t = 3 \text{ m/s}$
(La flèche indique le sens de la rotation des aubes)

β) *Pour une aspiration moins forte, $V_t < U$.* — C'est le régime de certains *sélecteurs* industriels de poudres, dans lesquels de grosses particules solides sont rejetées à la périphérie par la force centrifuge, tandis que les plus fines sont entraînées vers le centre par l'aspiration.

b) *Écoulement centrifuge.*

Pour une faible vitesse du ventilateur d'aspiration, le fluide est centrifugé dans les canaux : la force centrifuge qui s'exerce sur les molécules d'air est plus puissante que l'aspiration.

Comme précédemment, V_t et U étant cette fois les vitesses à l'extrémité des canaux la plus voisine de l'axe, puisque le mouvement a changé de sens :

α) $V_t > U$ correspond au fonctionnement *en turbine radiale centrifuge*;

β) $V_t < U$ correspond au fonctionnement *en ventilateur centrifuge*.

En raison de la disposition de nos aubes et de nos distributeurs, nous n'avons pas étudié ces régimes d'écoulement.

3. — Résultats.

Voici deux des photographies que nous avons obtenues.

La *figure 104* se rapporte au fonctionnement *en turbine centripète* ($V_t > U$). On remarque une zone de *décollement* sur la *face ventrale* d'une aube, et un écoulement à *point d'arrêt* sur la face dorsale de la suivante. Ce point d'arrêt recule vers l'aval, à mesure que V_t se rapproche de U .

La *figure 105* correspond au fonctionnement *en sélecteur* ($V_t < U$). Les phénomènes sont à peu près symétriques des précédents par rapport à l'axe du canal. Le point d'arrêt recule également vers l'aval, à mesure que V_t se rapproche de U .

Les résultats exposés n'ont qu'une valeur de mise au point et ne prétendent pas représenter les écoulements réels dans les roues et turbines industrielles; mais on pourrait étudier, par la même technique, les conditions optima de fonctionnement d'un certain nombre de ces machines, en remplaçant les aubes symétriques par les profils effectivement utilisés dans l'industrie et en modifiant de la même façon les dispositifs d'adduction et d'évacuation du fluide.



Fig. 106. — Sillage d'une aile : une phase de l'oscillation
 $V_0 = 4$ m/s; $\alpha = 4.5^\circ$; $K_0 = 2.500$
(L'air circule de droite à gauche)



Fig. 107. — Sillage d'une aile à autre phase de l'oscillation
 $V_0 = 4$ m/s; $i = 35^\circ$; $K_0 = 2.500$
(L'air circule de droite à gauche)

VISUALISATIONS DIVERSES

1. — Sillages.

Les zones de sillage correspondent à des écoulements rotationnels non permanents : il est donc indispensable, pour obtenir le champ des vitesses à un instant donné, de photographier pendant un temps très court. En utilisant une pose un peu plus longue, on met en évidence les trajectoires fluides : les clichés obtenus de cette manière présentent nécessairement un certain enchevêtrement des trajectoires successives, mais ils sont en général très frappants et donnent une idée qualitative de l'importance des phénomènes tourbillonnaires.

L'étude du champ autour d'une maquette de toiture a déjà fourni un exemple de visualisations de sillages. Nous y joignons les *figures* 106 et 107 qui visualisent deux phases de l'évolution du régime tourbillonnaire, à l'aval d'une aile P.Z.L.D.J. 3, fonctionnant sous l'incidence 35° .

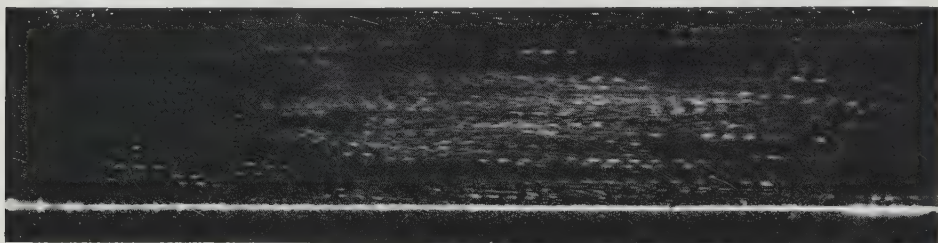


Fig. 108. — Écoulement le long d'un plan parallèle à la vitesse générale
On remarque le ralentissement des particules voisines du plan (couche limite)
 $V_0 = 1 \text{ m/s}$; $K_0 = 10\,000$

Rappelons qu'on pourrait obtenir le sens des vitesses en dévissant légèrement l'objectif : le déclic de l'obturateur le fait vibrer, produisant un crochet sur le tiret chronophotographique initial [2].

2. — Couches limites.

La *figure* 108 visualise un écoulement d'air, le long d'un plan parallèle à la vitesse générale. On remarquera le ralentissement des particules qui passent au voisinage immédiat de ce plan : l'étude expérimentale des couches limites paraît donc abordable par la technique chronophotographique.

CHAPITRE VIII

ÉTUDE DU TOURBILLON MARGINAL D'UNE AILE SUSTENTATRICE

De chaque extrémité d'une aile fonctionnant sous une incidence notable, s'échappe un tourbillon, d'axe quasi-rectiligne et quasi-parallèle à la direction moyenne de l'écoulement. Le phénomène a fait l'objet de différentes recherches, et sa structure qualitative est élucidée [17 et 42]. Toutefois, il reste à préciser certaines valeurs quantitatives, dont la connaissance est liée à celle du champ aérodynamique tourbillonnaire.

Nous nous proposons de déterminer chronophotographiquement la *répartition des vitesses* en fonction de la distance à l'axe, et d'en déduire *l'inclinaison des trajectoires*, la *rotation angulaire des couches tourbillonnaires*, la valeur du *vecteur tourbillon*, et celle de la *pression*.

Notre but étant la mise au point d'une technique, plutôt que son exploitation complète, nous nous bornerons à approfondir un cas particulier, correspondant à une *incidence* et une forme d'aile déterminées; mais la méthode se prêterait sans difficultés à l'analyse détaillée du phénomène.

STRUCTURE GÉNÉRALE DU TOURBILLON

Rappelons d'abord quelques propriétés connues du tourbillon marginal.

1. — Permanence du mouvement.

Au voisinage de l'origine du tourbillon, M. VALENSI a décelé une oscillation du champ aérodynamique [42]. Cette irrégularité n'est guère sensible que sur une longueur comparable à la corde de l'aile; au delà, le mouvement peut être considéré comme permanent et la vitesse garde constamment la même valeur en un point donné de l'espace. Nous limiterons notre étude à cette partie stationnaire du tourbillon.

2. — Trajectoires fluides.

La composante axiale de la vitesse est pratiquement constante aux différents points du volume tourbillonnaire, sa valeur étant celle de la vitesse générale de l'écoulement. On peut donc se représenter le phénomène comme un *tourbillon cylindrique* que

le courant entraînerait en *bloc*. Les trajectoires des éléments fluides sont des *hélices* à peu près parfaites, légèrement ouvertes cependant de l'amont vers l'aval; elles diffèrent par le *rayon* du cylindre sur lequel elles s'enroulent, et par leur *inclinaison* sur l'axe du tourbillon. Pour retrouver le sens de leur rotation, on se rappellera que l'air passe de l'intrados I à l'extrados E de l'aile, tout en progressant vers l'aval (*fig. 109*). Les tourbillons issus des deux extrémités d'une même aile sont de sens différents, et leur rotation change de signe avec l'incidence de l'aile.

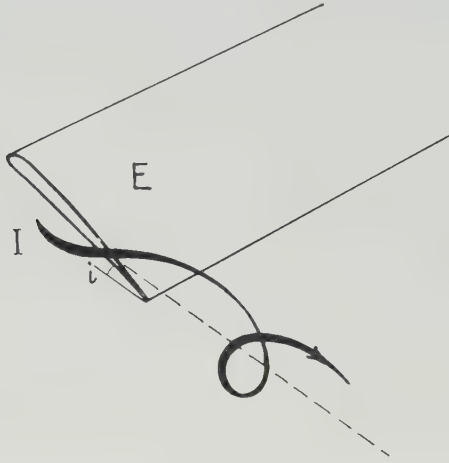


Fig. 109. — Sens d'enroulement du tourbillon marginal
E : extrados ; I : intrados

3. — Répartition des vitesses tangentielles.

En projetant la vitesse sur un plan normal à l'axe, on peut définir deux composantes : la composante *radiale* rencontre l'axe, et reste toujours très faible; la composante *tangentielle*, normale à la précédente, croît lorsqu'on s'approche de l'axe. Mais, la viscosité lui imposant une limite, elle passe par un maximum, puis décroît très vite et quasi-linéairement; aussi admet-on que la région centrale tourne *en bloc* : c'est le « *noyau* », partie remarquablement stable, dont le diamètre varie avec l'incidence et la forme de l'aile. La vitesse tangentielle s'annule donc sur l'axe, au lieu d'y prendre la valeur infinie prévue par la théorie des fluides parfaits.

4. — Dissymétrie.

La vitesse n'est pas rigoureusement la même en tous les points d'un cercle coaxial au tourbillon. Cette dissymétrie provient de ce que la périphérie de la masse tourbillonnaire est en contact avec des milieux de vitesses différentes : par exemple, l'écoulement général est plus rapide du côté de l'extrados que du côté de l'intrados. Toutefois, l'influence de cette dissymétrie reste négligeable aux incidences usuelles : la variation relative de vitesse n'excéderait pas 2 à 3 %.

TECHNIQUE DE LA VISUALISATION

Dans les expériences antérieures de visualisation du tourbillon, on le coupait par des plans lumineux, parallèles à son axe et d'épaisseur plus ou moins grande : par ce moyen, M. VALENSI étudia surtout la structure du noyau; M. CHARTIER mit en évidence les trajectoires hélicoïdales qui l'entourent.

Il nous a paru intéressant de déterminer les projections, sur un plan normal à l'axe, des vitesses correspondant aux différents points de ce plan.

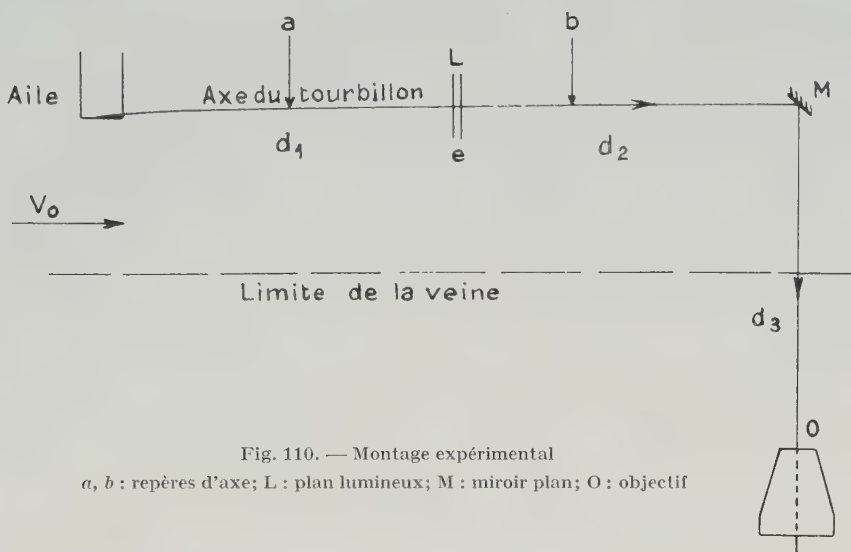


Fig. 110. — Montage expérimental
a, b : repères d'axe; L : plan lumineux; M : miroir plan; O : objectif

1. — Principe de la visualisation.

Les particules étant émises, il suffit, en principe, d'éclairer une tranche assez mince L, normale à l'axe du tourbillon, et de la photographier en plaçant l'appareil dans l'axe du tourbillon, à une distance aval suffisante de L. Cette manière d'opérer est légitime, puisque la présence d'un obstacle au sein d'un fluide n'affecte la partie amont de l'écoulement que dans un domaine restreint. Cependant, l'application littérale de cette méthode entraînerait de sérieuses difficultés : l'appareil se trouvant nécessairement dans le diffuseur de la soufflerie, sa mise au point et la prise des clichés seraient pénibles, et l'objectif serait rapidement souillé par les corpuscules d'aluminium.

Nous avons préféré couper l'axe du tourbillon par un miroir plan M, incliné à 45° (fig. 110). Ce dispositif permet de placer l'appareil photographique hors de la veine fluide; la présence du miroir, dont les dimensions sont comparables à celles de la région intéressante, soit quelques centimètres, n'apporte qu'une perturbation très localisée.

2. — Détermination des cotes du montage.

Le plan lumineux L doit éclairer une zone où le phénomène est stationnaire et bien régularisé, ce qui impose une valeur minimum pour sa distance au bord aval de

l'aile. Le miroir M doit être suffisamment éloigné de la tranche explorée L pour que la perturbation qu'il apporte à l'écoulement n'y remonte pas. Enfin, la distance du miroir M à l'objectif O doit être suffisante pour rendre négligeables les *erreurs de parallaxe*, que nous calculerons bientôt. Par contre, la nécessité d'obtenir une image aussi grande que possible entraînerait à réduire la longueur :

$$D = LM + MO$$

qui détermine le grandissement G. En fait, ce grandissement ne peut guère dépasser 1/5 avec un appareil 9×12 .

3. — Précautions et réglages.

a) *Épaisseur du plan lumineux.*

L'épaisseur du plan lumineux doit être sensiblement uniforme et suffisante pour visualiser des longueurs appréciables de trajectoires, tout en restant assez faible pour donner un cliché véritablement assimilable à la projection du champ aérodynamique sur le plan L : on pourra prendre une épaisseur égale au huitième de la corde de l'aile.

b) *Fixité du miroir.*

Il est difficile, mais indispensable, de supprimer toute vibration du miroir, provoquée par les moteurs de l'installation ou par l'écoulement de l'air. Nous y sommes parvenu en scellant les supports du miroir dans les murs de la chambre d'expériences.

c) *Orientation de l'appareil photographique.*

L'axe de l'appareil doit coïncider avec celui du tourbillon. On matérialise ce dernier par deux pointes *a* et *b*, puis, en montant le miroir M sur pivot à rotule, on amène par tâtonnements les images de ces pointes au centre du verre dépoli.

d) *Émission et choix de la poudre.*

La poudre d'aluminium est envoyée par un ou plusieurs tubes parallèles à l'écoulement. En raison des fortes actions centrifuges mises en jeu dans un phénomène tourbillonnaire, il conviendra de s'assurer que les poudres utilisées sont suffisamment fines (1).

e) *Brillance du fond.*

Comme la zone explorée se dessine sur un fond de lumière extérieure, à travers l'ouverture du collecteur, il est indispensable d'opérer pendant la nuit.

(1) Chapitre II et page 190.

4. — Conditions d'expérimentation.

Nous avons pris des photographies à plusieurs incidences et à différentes vitesses; nous nous sommes assuré que les résultats relatifs à une même incidence étaient homologues, dans les limites de la précision expérimentale.

Nous avons étudié en détail l'une de nos meilleures photographies (*fig. 111*) qui correspond aux conditions suivantes :

Type de l'aile	P.Z.L.D.J. 3, bout rectangulaire ⁽¹⁾
Corde de l'aile	$c = 12$ cm
Demi-envergure	$\mathfrak{E} = 40$ cm
Incidence	$i = 15^\circ$
Vitesse du courant	$V_0 = 72$ cm/s
Fréquence des interruptions lumineuses	$N = 520$ cycles/s
Épaisseur du plan lumineux	$e = 1,4$ cm
Coefficient de la poudre	$K = 5\,000$
Distance aile-plan lumineux	$d = 25$ cm
Distance plan-miroir	$LM = 40$ cm
Distance miroir-objectif	$MO = 40$ cm
Grandissement plaque-objet	$G = 1/5$
Grandissement épreuve-objet	$G' = 10$ pour les épreuves ayant servi aux mesures.

EXAMEN DE LA PHOTOGRAPHIE. — RÉPARTITION DES VITESSES

1. — Aspect général.

a) *Effets d'orientation.*

En examinant la *figure 111*, on s'aperçoit que les particules des quadrants I et III sont les plus visibles. Cette apparence résulte d'une orientation systématique des lamelles ⁽²⁾.

b) *Différentes régions.*

Du centre à la périphérie, on distingue trois zones, assez nettement délimitées (*fig. 112*) :

— une région *centrale*, où l'on ne saurait mesurer les vecteurs-vitesse, ni tracer les trajectoires, trop inclinées sur l'axe. En première approximation, cette partie est assimilable au « noyau » tourbillonnaire;

— une région *médiane* bien organisée, permettant une bonne restitution du champ aérodynamique : les trajectoires projetées sont circulaires;

(1) Cette aile a été étudiée par M. CHARTIER [17].

(2) Chapitre III.

— une région *périphérique*, zone de discontinuité où s'inscrivent à la fois les trajectoires influencées par le tourbillon et les lignes défléchies du courant général.

Nous étudierons surtout la zone *médiane*; nous extrapolerons nos résultats jusqu'à l'axe, en admettant que la partie centrale du noyau tourne *en bloc*. Les courbes que nous allons construire préciseront cette hypothèse, qui trouvera sa confirmation dans la concordance de nos résultats généraux avec ceux de M. VALENSI [42].

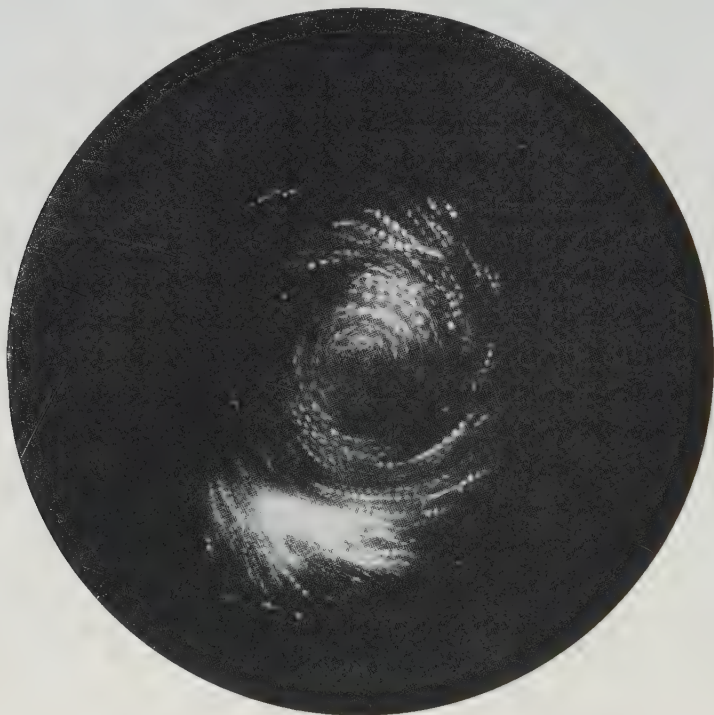


Fig. 111. — Le tourbillon marginal, éclairé normalement à son axe
 $V_0 = 72 \text{ cm/s}$; $N = 520$; $K_0 = 5\,000$

2. — Répartition des vitesses.

Le centre du tourbillon se détermine avec une bonne approximation, en superposant à la photographie un réseau de cercles concentriques tracés sur papier calque; la dissymétrie précédemment signalée ⁽¹⁾, qui se traduit ici par des variations relatives de vitesse inférieures aux erreurs de mesure, n'a pu être mise en évidence.

a) Résultats des mesures.

Le tableau XV concerne la zone médiane, qui s'étend de $r = 0,5$ à $r = 1,6 \text{ cm}$. Il donne, en fonction des distances radiales r , les valeurs en C.G.S. des grandeurs suivantes :

l : distance des points homologues de deux tirets chronophotographiques consécutifs. Ces longueurs, mesurées sur agrandissements, ont été réduites à leurs valeurs réelles. La troisième décimale est incertaine;

(1) Page 182.

v : projection, sur le plan de visée, de la vitesse V des particules. La composante radiale restant toujours très faible, v représente pratiquement la composante tangentielle; on l'obtient en multipliant l par la fréquence N des interruptions;

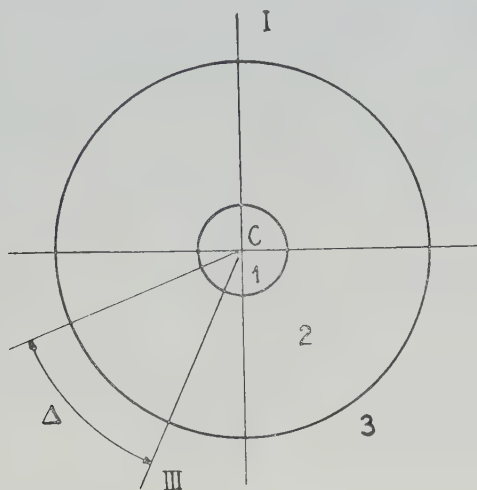


Fig. 112

$\dot{\omega} = \frac{v}{r}$: ce rapport mesure la vitesse angulaire de la couche tourbillonnaire de rayon r . L'erreur possible est de quelques centièmes;

$r v$: ce produit resterait constant pour un tourbillon idéal, d'équation :

$$v = \frac{k}{r}.$$

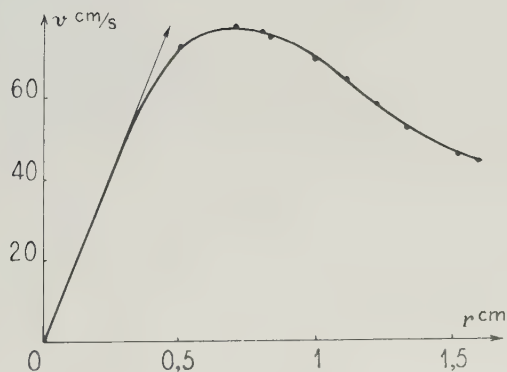


Fig. 113

Tourbillon marginal : variation de la vitesse tangentielle en fonction de la distance à l'axe

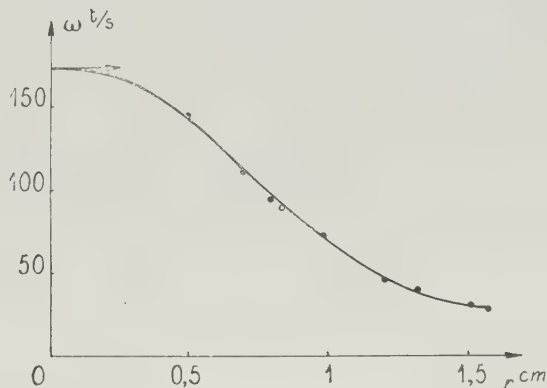


Fig. 114. — Tourbillon marginal : variation de la vitesse angulaire

REMARQUE. — En divisant les longueurs par la corde de l'aile, et les vitesses par la vitesse moyenne du courant, on formerait un tableau de signification plus générale, mais d'interprétation moins directe.

TABLEAU XV

r	0	0,5	0,7	0,8	0,83	0,98	1,1	1,22	1,33	1,51	1,57
l		0,14	0,148	0,146	0,144	0,133	0,121	0,11	0,1	0,088	0,085
v	$170 r$	72,8	76,9	75,9	74,8	69,1	63,4	57,2	52	45,7	44,2
ω	170	146	110	95	90	70,5	57,6	47	39	30	28
$r v$	$170 r^2$	36,4	53,8	60,7	62	67,7	69,1	69,7	69,1	69,2	69,3

b) *Représentation graphique.*

La courbe 113 figure la répartition des vitesses tangentielles et la courbe 114 celle des vitesses angulaires.

ERREURS DE PARALLAXE. — CHOIX DES PARTICULES

1. — **Erreurs de parallaxe.**

Les relevés que nous venons de faire supposent implicitement que les lignes particulières représentent les projections orthogonales des trajectoires fluides sur le plan de visée. En toute rigueur, cette assimilation exige que l'appareil de prises de vues soit placé à l'infini. En fait, il est à la distance :

$$D = LM + MO$$

du plan L : la projection est donc conique, d'où résulte une erreur que nous allons majorer.

a) *Évaluation des termes correctifs.*

Considérons un point A du plan L, et un vecteur vitesse $\overrightarrow{AB}$, de longueur l . Soit M l'intersection de L avec l'axe tourbillonnaire. Posons $MA = r$ et référons-nous à un trièdre $Axyz$: Ax axial, Ay radial, Az tangentiel (*fig. 115*).

$\overrightarrow{AB}$ se décompose en $\overrightarrow{Ab'}$, dans le plan L, et $\overrightarrow{Ab}$, sur Ax . Posons :

$$(\overrightarrow{Ax}, \overrightarrow{Ab}) = \gamma,$$

$$(\overrightarrow{Ay}, \overrightarrow{Ab'}) = \delta,$$

d'où :

$$\left(\begin{array}{l} \overrightarrow{Ab} = l \cos \gamma, \\ \overrightarrow{Ab'} = l \sin \gamma. \end{array} \right.$$

Du point O, tel que $MO = D$, projetons $\overrightarrow{AB}$ sur le plan de visée : $\overrightarrow{Ab'}$ reste inchangé, $\overrightarrow{Ab}$ vient en $\overrightarrow{Ab''}$ sur $\overrightarrow{Ay}$, B vient en P (fig. 116).

Au second ordre près :

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{Ab'} + \overrightarrow{Ab''}$$

et, lorsque r est petit devant D :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{Ab'} = l \sin \gamma, \\ \overrightarrow{Ab''} = l \frac{r}{D} \cos \gamma. \end{array} \right.$$

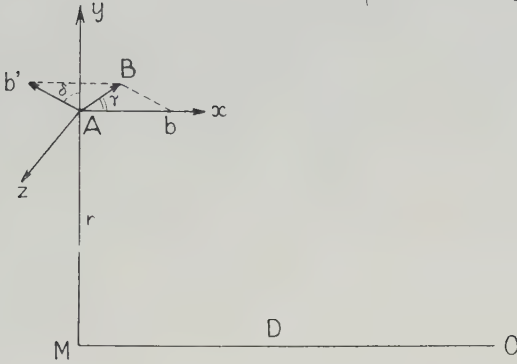


Fig. 115

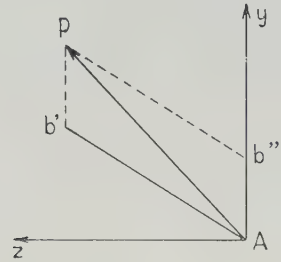


Fig. 116

Si la projection était orthogonale, $\overrightarrow{AB}$ viendrait en $\overrightarrow{Ab'}$. La figure nous indique $\overrightarrow{AP}$: évaluons le module de ce vecteur, et l'angle ε qu'il détermine avec $\overrightarrow{Ab'}$. En posant :

$$k = \frac{r}{D \tan \gamma},$$

il vient :

$$(111) \quad \left\{ \begin{array}{l} AP = l \sin \gamma \sqrt{1 + k^2 + 2 k \cos \delta}, \\ \sin \varepsilon = \frac{k \sin \delta}{\sqrt{1 + k^2 + 2 k \cos \delta}}. \end{array} \right.$$

Nous verrons que le terme correctif k reste petit dans toutes nos expériences. Quant à l'angle δ , il serait égal à $\frac{\pi}{2}$ si les hélices étaient parfaites; même s'il n'en est pas rigoureusement ainsi, son cosinus reste certainement petit et son sinus voisin de l'unité. On peut donc écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} AP \approx l \sin \gamma (1 + \frac{k^2}{2} + k \cos \delta), \\ \sin \varepsilon \approx k. \end{array} \right.$$

b) *Maximum de l'erreur de parallaxe.*

Ainsi, du fait de placer l'objectif à distance finie, les longueurs des tirets chronophotographiques subissent la variation relative :

$$(112) \quad \eta = \frac{AP - Ab'}{Ab'} \neq \frac{k^2}{2} + k \cos \delta,$$

et la rotation angulaire :

$$(113) \quad \varepsilon \neq k.$$

Évaluons l'erreur qui peut en résulter, avec nos conditions d'expérimentation :

$$r < 2 \text{ cm}, \quad D = 80 \text{ cm}, \quad \frac{r}{D} < \frac{1}{40}.$$

Nous verrons plus loin que l'inclinaison γ des trajectoires hélicoïdales sur l'axe tourbillonnaire reste supérieure à 30° dans toute la zone médiane. Par suite :

$$\operatorname{tg} \gamma > 0,6,$$

$$k < \frac{1}{25}.$$

Admettons que, du fait de l'ouverture des hélices vers l'amont, $\cos \delta$ puisse atteindre la valeur 0,1. On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta < \frac{1}{200}, \\ \varepsilon < 2^{\circ},5. \end{array} \right.$$

Ces écarts sont tolérables, mais il ne serait guère possible de réduire davantage la distance D. C'est pourquoi nous avons dû nous contenter du grandissement :

$$G = \frac{1}{5}$$

qui réduit à 0,7 cm environ le diamètre de l'image du tourbillon sur la plaque photographique. Le remède serait d'utiliser un appareil à grande focale.

2. — **Choix des particules.**

Le tourbillon étant entraîné *en bloc* par le fluide, nous pouvons raisonner sur le mouvement projeté.

a) *Direction de la vitesse.*

Supposons que les projections des trajectoires fluides sur le plan de visée soient des cercles parfaits : les particules d'aluminium, légèrement centrifugées, dessinent des

spirales. Considérons le cercle C et la spirale S passant par un point M; soit α leur angle d'intersection et K le coefficient de la particule; nous avons démontré l'égalité (1) :

$$\alpha = \frac{1}{K} \frac{v}{R},$$

R étant le rayon de courbure en M de la spirale S, assimilable d'ailleurs au rayon r du cercle C.

Tolérons, pour l'angle α , une valeur maximum égale à l'erreur de parallaxe, soit 0,04 radian. Il vient :

$$K > 25 \frac{v}{r}.$$

Or, le tableau XV montre que $\frac{v}{r}$ reste inférieur à 150, de sorte que la condition précédente est réalisée si :

$$K > 3750.$$

b) *Grandeur de la vitesse.*

La projection d'une particule va donc décrire, au lieu d'un cercle C, une courbe S très légèrement ouverte; elle s'écartera progressivement du centre, d'où une variation de sa vitesse tangentielle et une action d'inertie.

Écrivons que, cependant, la particule indique toujours, à 1 % près, la vitesse des éléments fluides qui l'environnent (1) :

$$\lambda < \frac{1}{100},$$

avec :

$$\lambda = \frac{1}{K} \frac{dv}{ds} - \frac{1}{K} \alpha \frac{dv}{dr}.$$

Les grandeurs v et s peuvent indifféremment être rapportées à la trajectoire particulière ou à la trajectoire fluide.

Les valeurs de $\frac{dv}{dr}$, mesurables sur la courbe 110, sont rassemblées dans le tableau XVI.

TABLEAU XVI

r	0,5	0,7	0,8	0,83	0,98	1,22	1,33	1,57
$\frac{dv}{dr}$	47	0	— 24	— 30	— 42	— 45	— 38	— 26

(1) Chapitre II.

Ainsi, leur valeur absolue n'excède pas 50. Par suite :

$$\frac{\alpha}{K} < \frac{1}{5000},$$

$$K > 200,$$

ce qui n'ajoute rien à la première condition.

c) *Choix des particules.*

Il convient donc d'employer, pour cette expérience, une poudre « B.P. 140 » un peu sélectionnée, de coefficient moyen voisin de 5 000.

INCLINAISON DES TRAJECTOIRES

1. — Calcul de l'inclinaison.

Admettons, quitte à le vérifier par la suite, que la vitesse axiale V_0 reste constante en tout point et qu'une particule décrit une trajectoire très voisine d'une hélice géométrique. L'inclinaison γ de cette hélice sur l'axe tourbillonnaire se déduit alors de la relation :

$$(114) \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{v}{V_0} \quad (\text{fig. 117}).$$

Les valeurs de $\operatorname{tg} \gamma$ et de γ sont donc immédiatement calculables : elles figurent dans le tableau XVII et la variation de γ est représentée par la *figure 118*.

TABLEAU XVII

r	0	0,5	0,7	0,8	0,83	0,98	1,1	1,22	1,33	1,5	1,57
$\operatorname{tg} \gamma$	0	1,01	1,06	1,05	1,04	0,96	0,88	0,80	0,72	0,64	0,62
γ degrés	0	45	47	46,5	46	44	41	38,5	36	32,5	31,5

Faible vers le centre du noyau, ce qui explique l'impossibilité de visualiser les trajectoires centrales, l'angle γ croît rapidement jusqu'à un maximum voisin de 45°, puis décroît lentement. A la limite de la région périphérique, il est encore de 30°. On traverse ensuite la zone de discontinuité, puis, pour une valeur de r un peu plus grande, on rencontre l'écoulement général, où γ est à peu près nul.

2. — Mesure directe de l'inclinaison.

a) Mode expérimental.

Il est naturel de chercher une confirmation de ces résultats dans la mesure directe de l'angle γ . Si, le tourbillon étant supposé parfaitement stable, nous disposons d'un plan lumineux L infiniment mince, parallèle à l'axe à la distance r de cet axe, seules seraient visualisées les hélices de rayon r , au voisinage de leur point de contact avec le plan L. Les hélices de rayon supérieur couperaient la tranche lumineuse suivant des points; les

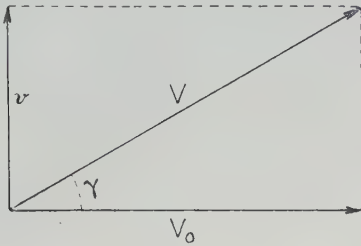


Fig. 117

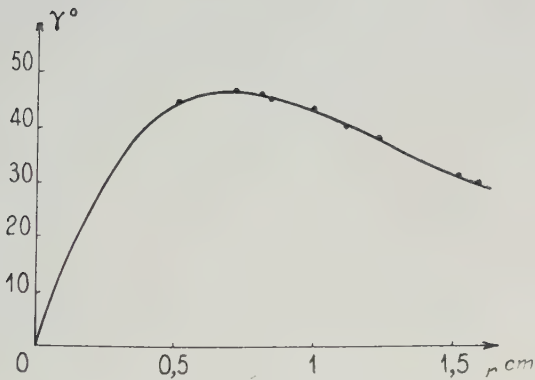


Fig. 118. — Tourbillon marginal : variation de l'inclinaison des trajectoires

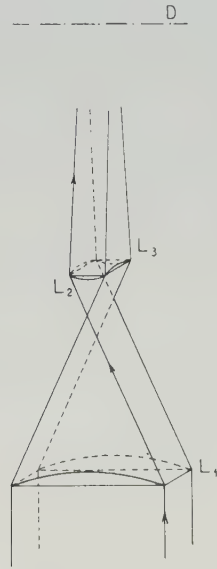


Fig. 119. — Montage optique
D : diaphragme ;
 L_1, L_2, L_3 : lentilles cylindriques

hélices intérieures n'apparaîtraient pas. Il suffirait ainsi de mesurer, sur le cliché, l'inclinaison des arcs visibles.

Ce schéma est irréalisable : nous savons, en effet ⁽¹⁾, que nos appareils ne permettent pas d'amincir le plan L au delà de 7 mm environ, sous peine d'une réduction considérable de l'intensité lumineuse. Toutefois, la présente étude n'exige qu'une faible largeur de zone éclairée; dans ces conditions, un système de lentilles cylindriques L_1, L_2, L_3 (fig. 119) nous a donné un éclairage suffisamment intense sur 3 cm de largeur et 4 mm d'épaisseur.

b) Difficultés.

Malgré son épaisseur relativement faible, ce plan lumineux visualise des arcs appartenant à plusieurs familles d'hélices. La méthode est donc peu précise et ne peut

(1) Chapitre V.

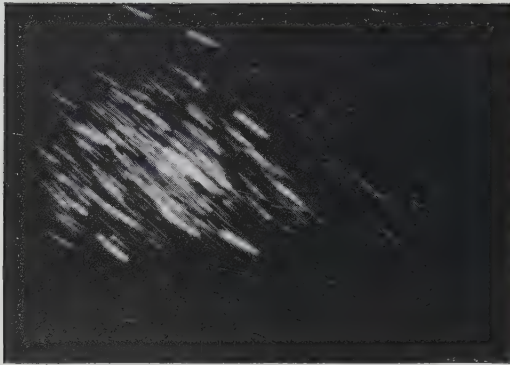


Fig. 120. — Inclinaison des trajectoires :
le plan lumineux est à 1 cm de l'axe du tourbillon

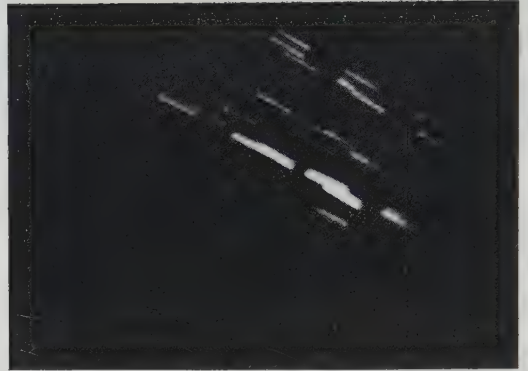


Fig. 121. — Inclinaison des trajectoires :
le plan lumineux est à 1,3 cm de l'axe du tourbillon



Fig. 122. — Inclinaison des trajectoires :
le plan lumineux est à 1,7 cm de l'axe du tourbillon

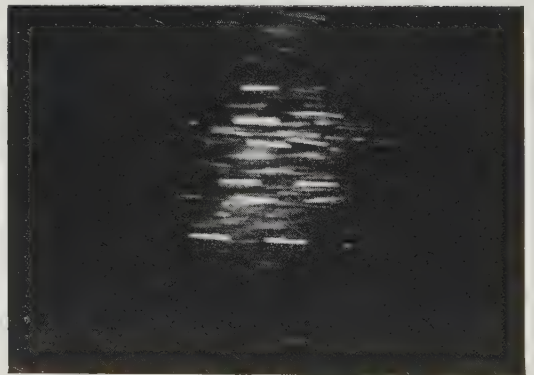


Fig. 123. — Inclinaison des trajectoires :
le plan lumineux est à 2,4 cm de l'axe du tourbillon

guère être améliorée, par suite de l'instabilité que présente le phénomène, étudié à cette échelle. En effet, notre soufflerie est ouverte à l'air libre ⁽¹⁾ et subit l'influence des courants atmosphériques, qui impriment à l'axe du tourbillon des déplacements transversaux de l'ordre de 1 à 2 mm.

La méthode fournit pourtant d'intéressants résultats qualitatifs, en admettant que, sur un cliché donné, les arcs dont la pente est *le plus forte* donnent, en vraie grandeur, l'inclinaison des hélices tangentes au *plan moyen* de la tranche lumineuse.

L'axe étant toujours matérialisé par les pointes *a* et *b*, une vis micrométrique assure et mesure le déplacement du diaphragme d'éclairement.

c) Résultats.

L'axe du tourbillon coïncide avec l'axe horizontal des photographies, que nous présentons sous un fort grandissement.

La *figure 120* ($r \neq 1$ cm) correspond à l'inclinaison maximum. On y relève des pentes voisines de 45° .

La *figure 121* ($r = 1,3$) montre la décroissance de γ .

La *figure 122* ($r \neq 1,7$) est prise dans la zone périphérique et la *figure 123* dans l'écoulement général ($r \neq 2,4$).

3. — Mesure directe de la vitesse axiale.

a) Première méthode.

On pourrait chercher à déterminer les vitesses axiales sur la *figure 111*, en dénombrant les interruptions chronophotographiques visibles sur les arcs visualisés.

En effet, l'épaisseur du plan lumineux étant constante, la vitesse axiale doit être inversement proportionnelle au nombre de ces tirets. Mais plusieurs circonstances rendent ce procédé inapplicable : certaines particules, pour des raisons d'orientation, deviennent invisibles avant d'être sorties du plan lumineux; d'autre part, l'intensité de la lumière n'est pas rigoureusement uniforme dans tout le volume éclairé et décroît sur les bords; enfin, à l'ouverture comme à la fermeture, l'obturateur photographique coupe en des points quelconques les images des trajectoires décrites à ce moment.

b) Seconde méthode.

Nous avons utilisé la méthode qui nous avait permis d'évaluer l'inclinaison γ , en mesurant sur les clichés les composantes axiales, limitées aux parties des trajectoires voisines de leur point de tangence avec le plan lumineux.

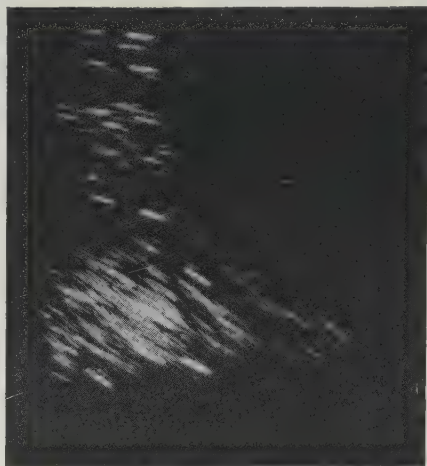


Fig. 124

(1) Chapitre VII.

D'une expérience à l'autre, la vitesse de la veine pourrait subir de légères variations; on les élimine en envoyant un second jet de poudre, dans une région voisine du tourbillon, mais en dehors de son influence directe : la vitesse de ce jet sert de référence.

c) *Résultats.*

La *figure 124* fut prise dans ces conditions ⁽¹⁾. On aperçoit, vers le haut, le second jet de poudre.

De nombreuses causes d'erreurs limitent la précision de cette méthode, et ce n'est guère qu'à 10 % près qu'elle nous a permis de vérifier la constance de la composante axiale.

CALCUL DU VECTEUR TOURBILLON

Proposons-nous de déterminer la valeur du vecteur tourbillon, en chaque point de la zone médiane. Ce vecteur étant parallèle à l'axe, son calcul peut se faire d'après la projection des vitesses sur un plan normal : nous l'effectuerons à partir de la *figure 111*.

1. — Expression générale.

Considérons deux cercles de rayons r et $r + dr$; désignons par ζ la valeur du tourbillon à la distance r de l'origine.

Soit $d\Gamma$ la différence des circulations du vecteur vitesse sur l'un et l'autre cercle :

$$d\Gamma = d(2\pi rv) = 2\pi d(rv).$$

Évaluons le double du flux $d\Phi$ de ζ à travers la surface limitée par les cercles :

$$2d\Phi = 2\zeta d\pi r^2 = 4\pi r\zeta dr.$$

Égalons ces deux quantités :

$$(115) \quad \zeta = \frac{1}{2} \frac{d(rv)}{r dr} = \frac{1}{2} \left[\frac{v}{r} + \frac{dv}{dr} \right].$$

2. — Application.

Les valeurs de $\frac{v}{r}$ et de $\frac{dv}{dr}$ figurent dans les tableaux XV et XVII. Celles de ζ sont rassemblées dans le tableau XVIII, et la *figure 125* représente leur variation.

(1) La *figure 120* est extraite de la *figure 124*.

TABLEAU XVIII

r	0	0,5	0,7	0,8	0,83	0,98	1,1	1,22	1,33	1,51	1,57
ζ	170	96	55	35	30	14	5	1	0,5	0,5	1

Presque constant vers le centre du noyau, le vecteur tourbillon décroît ensuite rapidement et s'annule bien avant la zone périphérique. Rappelons qu'il serait constamment nul dans le cas du tourbillon idéal, d'équation :

$$v = \frac{k}{r}.$$

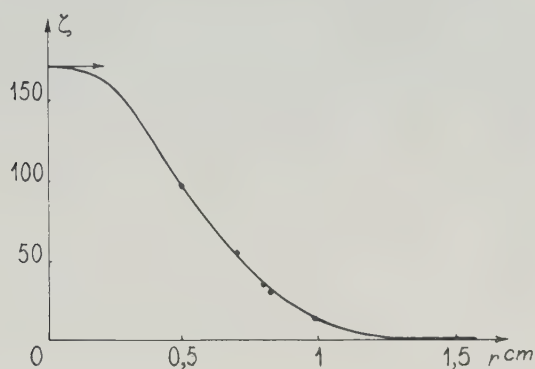


Fig. 125. — Tourbillon marginal : variation du vecteur tourbillon

RÉPARTITION DES PRESSIONS

1. — Expression générale.

Soit à déterminer la répartition des pressions dans un tourbillon cylindrique. La pesanteur étant négligée et la pression dépendant seulement de la distance radiale r , l'équation de l'hydrodynamique des fluides parfaits s'écrit :

$$(116) \quad \rho' \frac{v^2}{r} = \frac{dp}{dr},$$

ρ' étant la masse spécifique du fluide.

La variation de pression entre les deux cylindres de rayon r , r' est donc :

$$(117) \quad P_r' = p_{r'} - p_r = \rho' \int_r^{r'} \frac{v^2}{r} dr$$

ou, en introduisant un coefficient sans dimensions :

$$(118) \quad \Pi_r'' = \frac{P_r''}{\frac{1}{2} \rho' V_0^2} = \frac{\int_r^{r'} \frac{v^2}{r} dr}{\frac{1}{2} V_0^2}.$$

2. — Application.

a) Calcul de $P_r^{1,5}$.

Il est facile de construire la courbe $\frac{v^2}{r}(r)$ (fig. 126). En la planimétrant entre r et 1,5, nous obtenons la variation de la pression, entre un point donné et la limite de la

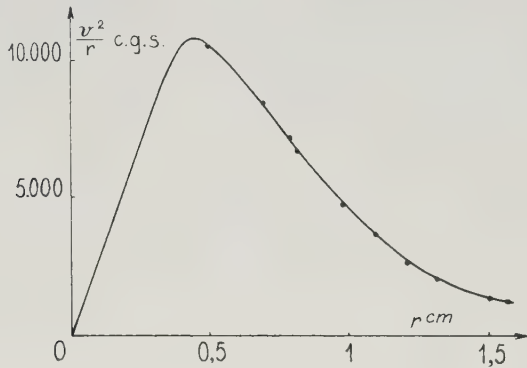


Fig. 126. — Tourbillon marginal : variation de la grandeur $\frac{v^2}{r}$

zone de discontinuité. Nous avons fait cette détermination pour des valeurs de r s'échelonnant, par millimètre, de 0 à 1,5 cm.

En divisant ces valeurs par $\frac{1}{2} V_0^2$, on obtient le coefficient $\Pi_r^{1,5}$. Dans les conditions de notre expérience :

$$\frac{1}{2} V_0^2 \neq 2\,590 \text{ C.G.S.}$$

b) Calcul de P_r^∞ .

En l'absence de la zone de discontinuité, le tourbillon s'étendrait à l'infini; la vitesse suivrait la loi $v = \frac{k}{r}$, déjà vérifiée à l'extrémité de la zone médiane.

Nous obtiendrons donc P_r^∞ , en ajoutant à $P_r^{1,5}$ l'intégrale :

$$P_{1,5}^\infty = \int_{1,5}^\infty \frac{k^2}{r^3} dr.$$

Or, le tableau XV indique :

$$k = 69.$$

Par suite :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{1,5}^{\infty} \approx 700 \text{ C.G.S.}, \\ \Pi_{1,5}^{\infty} \approx 0,26. \end{array} \right.$$

Cette expression évite de faire jouer un rôle particulier à la valeur $r = 1,5$.

c) *Résultats.*

Les résultats sont résumés par le tableau XIX et la *figure 127*.

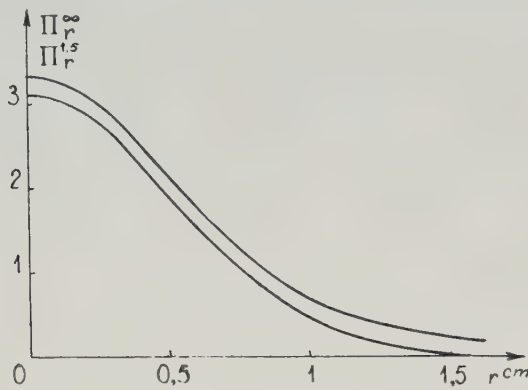


Fig. 127. — Tourbillon marginal : variation de la pression

TABLEAU XIX

r	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$P_r^{1,5}$	8050	7900	7500	6800	5800	4800	3825	3000
$\Pi_r^{1,5}$	3,1	3,04	2,89	2,62	2,25	1,84	1,47	1,15
Π_r^{∞}	3,36	3,30	3,15	2,88	2,51	2,10	1,73	1,41
r	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$P_r^{1,5}$	2300	1675	1175	800	525	275	130	0
$\Pi_r^{1,5}$	0,88	0,64	0,44	0,30	0,19	0,10	0,05	0
Π_r^{∞}	1,14	0,90	0,71	0,56	0,45	0,36	0,31	0,26

La dépression s'accroît à mesure qu'on se rapproche de l'axe, chaque élément fluide devant être en équilibre sous l'action de cette dépression et des forces centrifuges croissantes. Les particules d'aluminium ne sont d'ailleurs pas attirées vers l'axe : les actions centrifuges qu'elles subissent sont seulement réduites dans le rapport très voisin de l'unité :

$$C = \frac{\rho - \rho'}{\rho},$$

ρ étant la masse spécifique de la particule.

On rapprochera nos résultats de ceux de M. VALENSI, qui a mesuré les pressions, au voisinage de l'axe, au moyen de sondes cylindriques capillaires [42]. La concordance qualitative est satisfaisante, mais on ne peut pousser très loin la comparaison, puisque M. VALENSI et nous-même avons étudié des profils différents.

UN PHÉNOMÈNE D'ORIENTATION

1. — Expérience en tunnel hydrodynamique.

Nous avons exposé plus haut la théorie de l'orientation des particules en suspension quasi-parfaite (1). Son auteur, M. MOREAU, en a fait l'application au domaine tourbillonnaire [14], démontrant que les lamelles se placent tangentiellement au cylindre portant leur trajectoire. Il en déduit l'explication du *phénomène d'épi*, observé dans l'eau par M. CHARTIER [17].

Cet expérimentateur, visualisant le tourbillon marginal par un plan lumineux assez large et contenant l'axe, s'aperçut que les lamelles d'aluminium ne dessinaient pas les sinusôides complètes auxquelles on pouvait s'attendre, mais seulement certains arcs de ces courbes : l'ensemble formait un épi très marqué (*fig. 128 a et b*). L'explication ressort de la *figure 128 c* : étant données les directions Λ et Δ d'éclairement et d'observation, seules les particules qui se trouvent dans les quadrants II et IV renvoient de la lumière sur l'objectif, avec maximum vers la bissectrice de ces quadrants. La partie centrale de l'épi reste à peu près obscure.

Il est important de remarquer que l'épi subsiste, si l'on inverse le sens de la lumière ou celui de l'observation : l'axe est toujours obscur, les « hachures » sont inversées.

2. — Expérience en soufflerie.

En cherchant à répéter cette expérience dans l'air, nous avons obtenu un résultat différent.

Le tourbillon est éclairé par un plan lumineux axial, la direction d'observation Δ étant en quadrature avec celle de la lumière Λ . On peut donc amener Δ sur Λ par une rotation de $\frac{\pi}{2}$. Voici le phénomène :

Quand Δ et Λ sont disposées de telle sorte que cette rotation et celle du tourbillon soient de même sens, la région axiale semble très riche en particules et la périphérie en paraît

(1) Chapitre III.

complètement privée. Quand les deux rotations sont de sens contraire, les phénomènes sont inversés (*fig. 129 a et b*).

On obtient le passage de l'une à l'autre apparence :

- en changeant le signe de l'incidence de l'aile, ce qui modifie le signe de la rotation du tourbillon;
- en inversant le sens de la lumière;
- en inversant le sens d'observation.

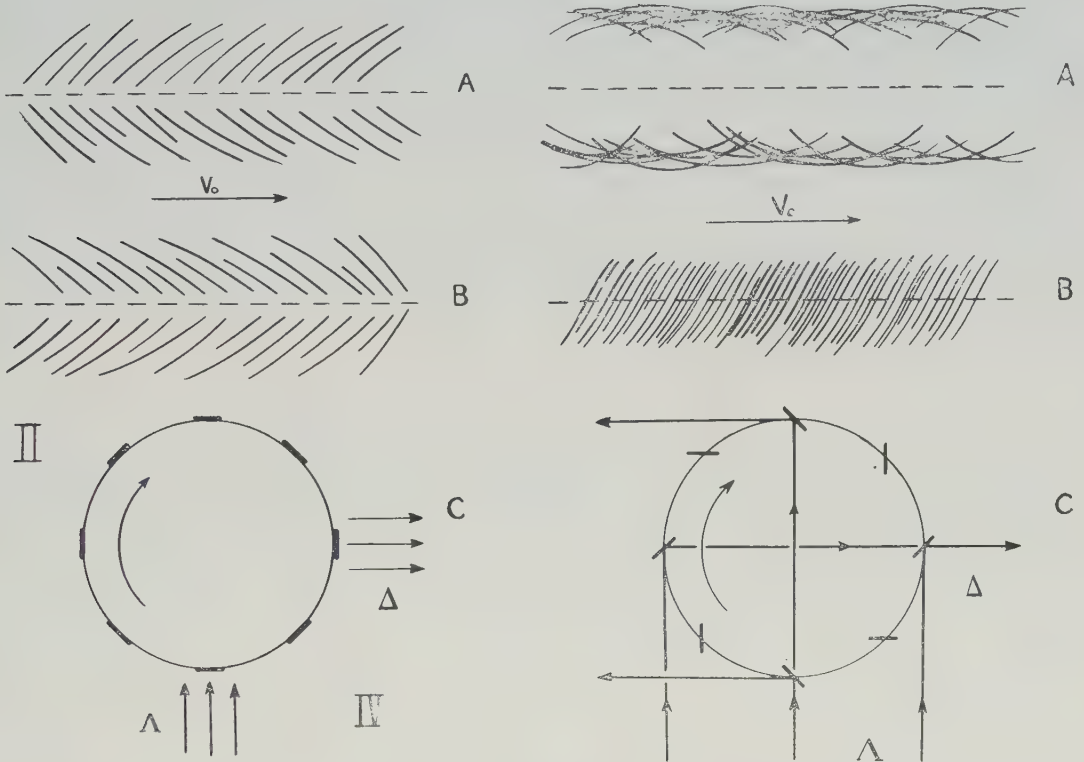


Fig. 128. — Tourbillon marginal
Phénomènes d'orientation en tunnel hydrodynamique
 Λ : lumière incidente; Δ : direction d'observation

Fig. 129. — Tourbillon marginal : phénomènes d'orientation
en soufflerie aérodynamique
 Λ : lumière incidente; Δ : direction d'observation

a) *L'incidence change de signe.*

Les photographies 130 et 131, prises au voisinage de l'origine du tourbillon, montrent les deux apparences : axe obscur, axe brillant. Plus précisément, la *figure 130* visualise les arcs d'hélice à tangente quasi-horizontale, et la *figure 131* ceux dont la tangente est quasi-frontale.

Signalons une particularité de ces clichés : en s'infléchissant vers le plan de symétrie de l'aile (*fig. 132*), l'axe tourbillonnaire traverse le plan lumineux, dans la moitié droite du champ. Ce fait n'entraîne aucune modification de la première apparence

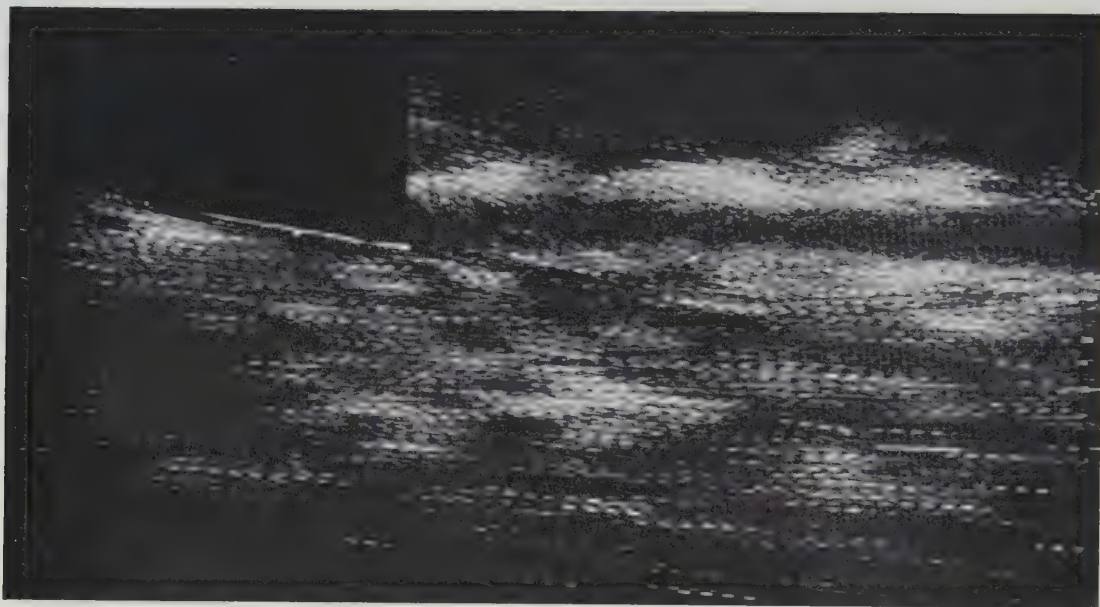


Fig. 130. — Première apparence d'orientation
 $i = 10^\circ$; $V_0 = 300$ cm/s; $K_0 = 5\,000$

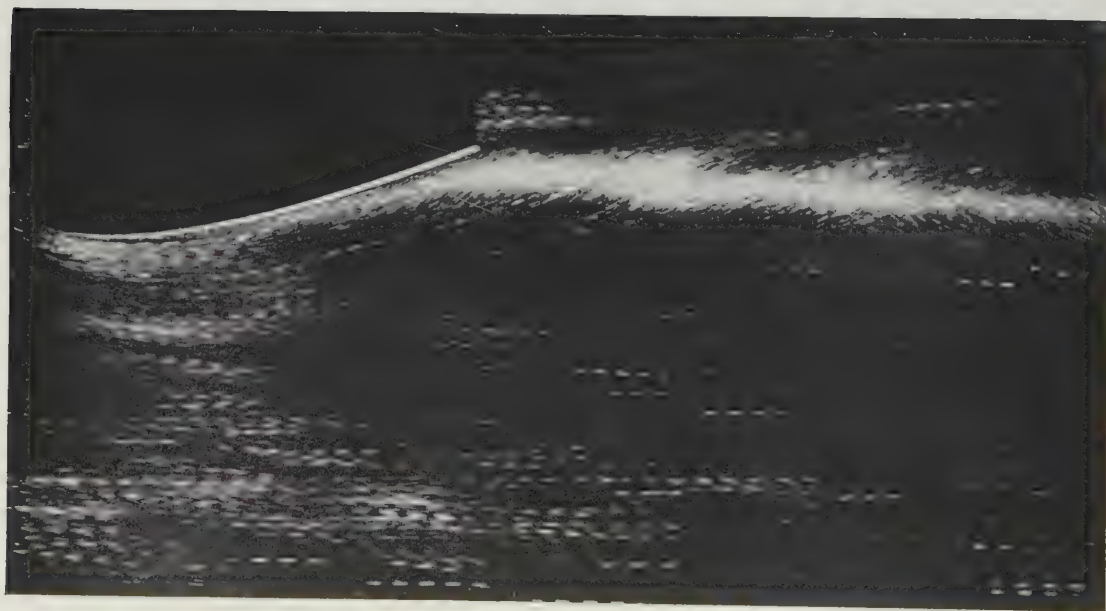


Fig. 131. — Seconde apparence d'orientation
 $i = -10^\circ$; $V_0 = 300$ cm/s; $K_0 = 5\,000$

On remarque, à quelques centimètres du bord de fuite, une sorte d'enflure de la bande lumineuse : de nombreux tubes de courant, provenant de l'intrados, viennent s'enrouler au même point. Cette particularité, signalée par M. VALENSI, est propre à l'aile rectangulaire

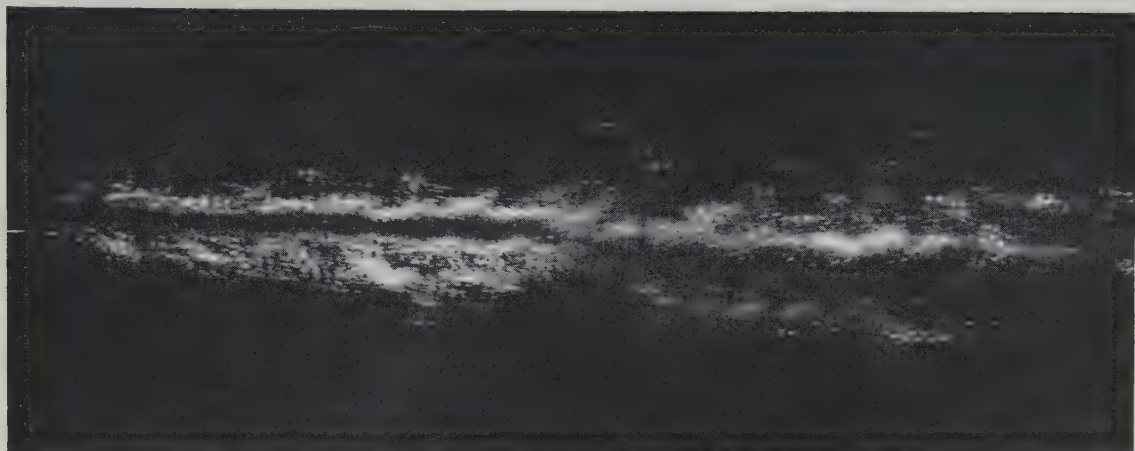


Fig. 133. — Coexistence des deux apparences. L'aile est à l'extrême gauche
 $i = 10^\circ$; $V_0 = 300 \text{ cm/s}$; $K_0 = 5\,000$

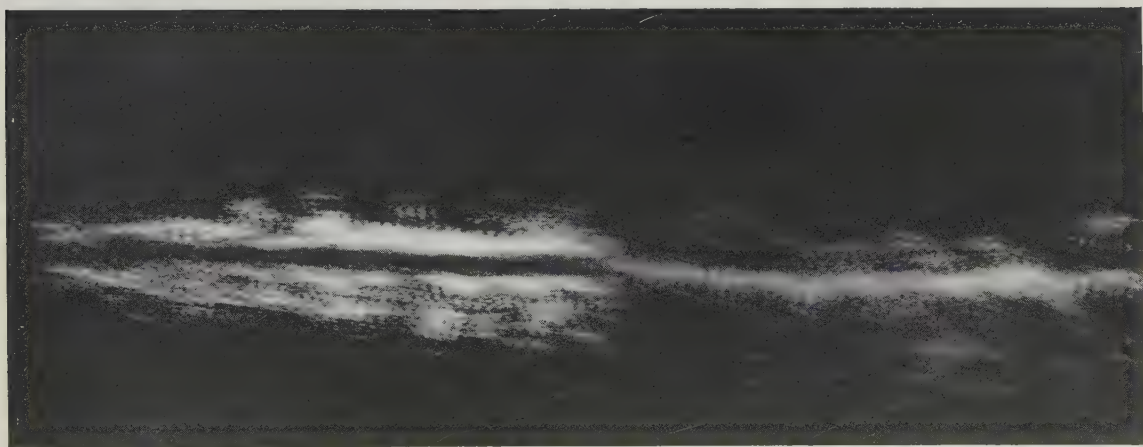


Fig. 134. — Coexistence des deux apparences. L'aile est à l'extrême gauche.
Une rafale de vent a légèrement déformé l'axe tourbillonnaire
 $i = 10^\circ$; $V_0 = 300 \text{ cm/s}$; $K_0 = 12\,000$

(fig. 130). Mais la figure 131 montre bien le changement de pente des éléments visualisés : l'une ou l'autre des deux familles d'arcs à tangente frontale apparaît, selon la position du plan lumineux.

b) *La lumière change de sens.*

Les figures 133 et 134 correspondent aux conditions suivantes : le plan lumineux est vertical; la lumière vient du bas, dans la partie gauche du champ; un miroir M la renvoie, de haut en bas, dans la partie droite (fig. 135). Les deux apparences se trouvent ainsi juxtaposées d'une manière frappante.

c) *On inverse le sens d'observation.*

Pour étudier l'influence du sens d'observation, il suffit de placer un miroir derrière la veine fluide : l'œil aperçoit simultanément les deux apparences. Ce procédé ne se prête pas à la photographie.



Fig. 132

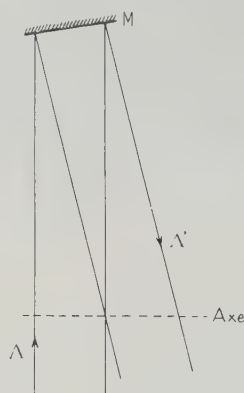


Fig. 135

d) *Le phénomène est remarquablement constant.*

Il demeure aussi net :

- si l'on modifie l'incidence de l'aile (fig. 136);
- si l'on fait varier la vitesse de la soufflerie de 0,5 à 30 m/s;
- si l'on agit sur l'épaisseur du plan lumineux (fig. 137) ou sur la grosseur des poudres (coefficients variant de 150 à 40 000).

3. — Interprétation.

Ces observations s'interprètent en admettant que les particules sont, non plus *tangentes* au cylindre qui porte leur trajectoire, mais *inclinaées* d'un angle σ voisin de 45° ; les lamelles sont « en avance » sur la position qu'elles prendraient en suspension parfaite. La figure 129 c fait comprendre le phénomène.

Les causes de l'angle σ sont encore indéterminées; son existence montre que la suspension des particules dans la masse tourbillonnaire ne peut être considérée comme quasi-parfaite, quand le fluide est de l'air. Le fait qu'il n'en soit pas de même en tunnel hydrodynamique semble mettre en avant l'influence du nombre de Reynolds relatif à la particule.

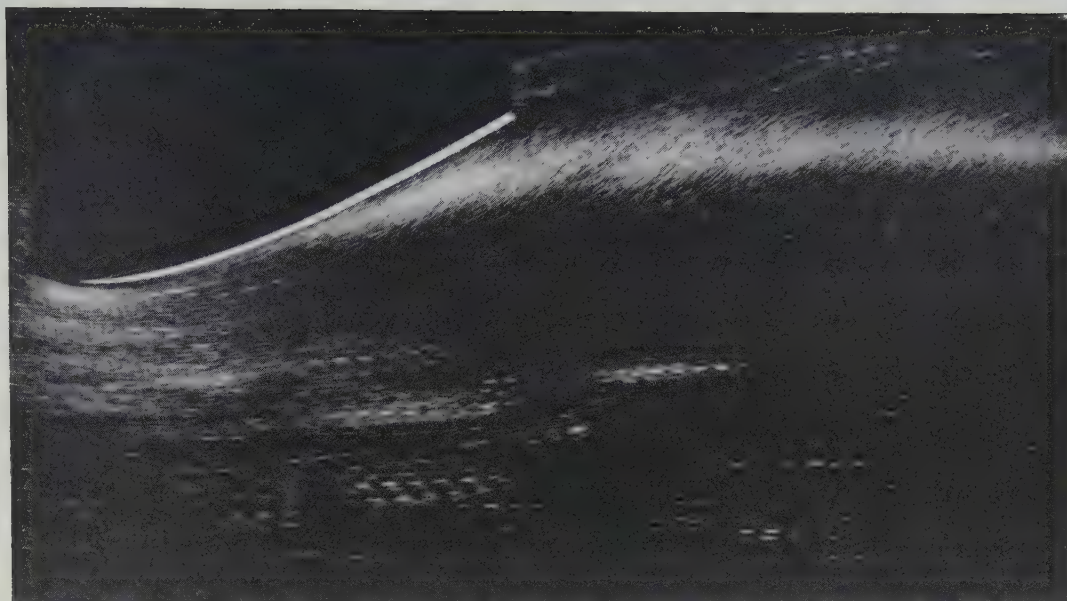


Fig. 136. — Seconde apparence d'orientation, à forte incidence
 $i = 20^\circ$; $V_0 = 300$ cm/s; $K_0 = 5\,000$



Fig. 137. — Première apparence d'orientation, le plan lumineux étant épais
 $i = 10^\circ$; $e = 2$ cm; $V = 300$ cm/s; $K = 5\,000$

4. — L'orientation dans la région nucléaire.

Les apparences que nous venons de décrire ne s'étendent pas à toute la masse tourbillonnaire : dans les conditions habituelles d'éclairement, le noyau paraît toujours dépourvu de particules. Des particules s'y trouvent cependant, qui apparaissent si l'on éclaire très violemment, par exemple au moyen de la caustique d'une grosse lentille (*fig. 138*).

Les forces qui provoquent l'orientation systématique des lamelles sur les hélices de la région médiane deviennent très faibles dans le noyau, puisqu'il tourne en bloc; les particules de la région nucléaire sont donc livrées à des actions de moindre puissance, difficilement analysables : l'expérience montre qu'elles tendent à devenir normales à l'axe du tourbillon.

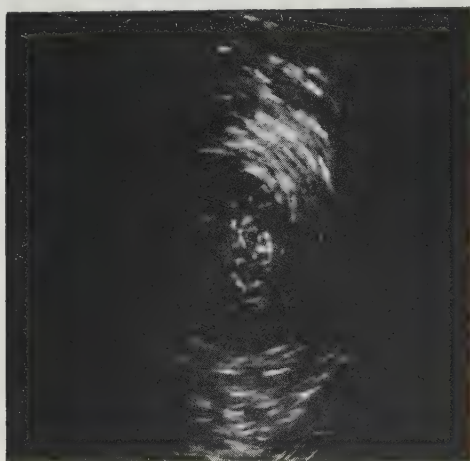


Fig. 138. — Visualisation du noyau tourbillonnaire

Ces observations montrent bien que les effets d'orientation sont susceptibles de révéler certains caractères des écoulements fluides. Mais l'expérience est en avance sur la théorie : pour déterminer la correspondance qui relie ces caractères et les détails de structure des écoulements, il reste à étendre les théories de l'orientation particulière au delà du domaine de suspension parfaite.

CONCLUSION

La méthode de visualisation chronophotographique des champs aérodynamiques est dès maintenant en mesure de couvrir un vaste domaine d'applications, puisqu'elle permet l'étude d'un grand nombre d'écoulements réalisés en soufflerie. Utilisée conjointement avec les autres procédés d'exploration des écoulements d'air, et moyennant les perfectionnements matériels dont nous avons parlé, elle paraît susceptible de contribuer à la résolution d'importants problèmes d'aérodynamique, parmi lesquels nous citerons : l'étude des filtres et collecteurs de soufflerie, la liaison des facteurs de turbulence aux rotations de lamelles extrêmement fines, l'approfondissement de nombreux phénomènes acoustiques et l'étude expérimentale des couches limites.

BIBLIOGRAPHIE

SUR LA TECHNIQUE GÉNÉRALE DE LA CHRONOPHOTOGRAPHIE

- [1] C. CAMICHEL et L. ESCANDE. — *Similitude hydrodynamique et technique des modèles réduits*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 127, 1938.
- [2] C. CHARTIER. — *Chronophotogrammétrie plane et stéréoscopique*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 114, 1937.
- [3] A. FOCH et C. CHARTIER. — *Chronophotographie et écoulements à girations*. Comptes Rendus, tome 207, p. 1163, 1938.
- [4] E. MAREY. — *Le mouvement des liquides étudié par la chronophotographie*. Comptes Rendus, tome 116, 1893.
- [5] P. NOGUÈS. — *Recherches expérimentales de MAREY sur le mouvement dans l'air et dans l'eau*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 25, 1933.

SUR LES PARTICULES UTILISÉES EN VISUALISATION

- [6] G. EYGLUNENT. — *Le pigment aluminium*. Éditions de l'Aluminium Français, 1944.
- [7] LEPINGLE. — *Les dimensions des petites particules : nouvelles méthodes de mesure*. La Technique Moderne, tome XXXIV, p. 192. Éd. Dunod, 1942.

SUR LA THÉORIE DES SUSPENSIONS

- [8] D. BOÏDO et B. PERSOZ. — *Loi de chute des corps lamellaires et aciculaires en milieu visqueux*. Comptes Rendus, tome 223, p. 669, 1946.
- [9] J. M. BOUROT. — *Sur la visualisation chronophotographique des écoulements gazeux*. Comptes Rendus, tome 226, p. 1424, 1948.
- [10] J. M. BOUROT et J. J. MOREAU. — *Sur les zones d'inégale luminosité, observées dans certaines visualisations d'écoulements*. Comptes Rendus, 1949.
- [11] E. BRUN et R. CARON. — *Procédé pour déterminer les trajectoires de corpuscules en suspension dans un fluide*. Bulletin du G.R.A., septembre 1946.
- [12] E. BRUN, R. CARON et M. VASSEUR. — *Introduction à la mécanique des suspensions*. G.R.A. Rapport technique n° 15, 1945.
- [13] CUNNINGHAM. — *On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium*. Proceedings of the Royal Society, 1910.
- [14] J. J. MOREAU. — *Sur les rotations d'une particule solide entraînée dans un écoulement*. Congrès National de l'Aviation Française, 1946.

SUR LES PROBLÈMES OPTIQUES

- [15] R. ANDREANI. — *De l'influence de la lumination sur la netteté de l'image photographique*. Photo-Revue, mars 1947.
- [16] ANGERER. — *Wissenschaftliche Photographie*. Akademische Verlag, München, 1945.
- [17] CHARTIER. — *Étude expérimentale du sillage des ailes*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 178, 1942.
- [18] L. CLERC. — *La Technique photographique*. Montel, Paris.
- [19] A. LOVICH. — *Sensitométrie des films sonores*. Ed. Lahure, 1943.

SUR LES EXTENSIONS DE LA MÉTHODE CHRONOPHOTOGRAPHIQUE

- [20] BLONDEL. — *Sur les phénomènes de l'arc chantant*. L'Éclairage Électrique, 1905.
- [21] H. BOUASSE. — *Oscillations électriques*. Delagrave, Paris, 1924.
- [22] M. LEBLANC. — *L'arc électrique*. Éditions du Journal de Physique, 1922.

SUR LA PARTIE EXPÉRIMENTALE

a) **Action du vent sur les édifices** : Nous nous bornerons à citer quelques études récentes :

- [23] A. BAILEY et G. VINCENT. — *Action du vent sur les constructions, compte tenu de l'effet des constructions voisines*. Londres, octobre 1943.
- [24] BARBIEUX. — *La stabilité des constructions sous la poussée du vent*. Ingénieur-Constructeur, juillet 1933.
- [25] O. FLACHSBART et H. WINTER. — *Modellversuche über die Belastung von Gitterfachwerken durch Windkräfte*. Der Stahlbau, avril 1935.
- [26] R. FLEMING. — *Wind action on buildings*. Eng., novembre 1933.
- [27] R. FLEMING. — *Wind pressures in buildings*. Eng., juin 1934.
- [28] F. GRUA. — *Mesure de l'action du vent sur un gratte-ciel*. Génie Civil, septembre 1933.
- [29] G. HARRIS. — *Influence of neighbouring structure on the wind pressure on tall building*. Bureau of Standard, janvier 1934.
- [30] IKEGUCHI. — *Experimental Researches on distribution of wind pressure on the surface of buildings*. Journal de l'Institution des Ingénieurs Japonais, 1935.
- [31] LAMOEN. — *Sur la sollicitation dynamique des édifices élanés par le vent*. Revue universelle des Mines, janvier 1933.
- [32] J. MAREC. — *Du contreventement dans les bâtiments à étages*. L'entreprise française, août 1933.
- [33] C. NOKKENTVED. — *Nouvelles recherches sur les forces exercées par le vent sur les bâtiments*. Journées de Mécanique des Fluides, Lille. Chiron, 1935.
- [34] W. PAGON. — *Windtunnel studies reveal pressure distribution on building*. Eng., décembre 1934.
- [35] PARTANNI. — *L'action du vent sur les bâtiments*. Génie Civil, mars 1934.
- [36] RAUSCH. — *Einwirkung von Windstößen auf hohe Bauwerke*. V.D.I., janvier 1933.
- [37] T. SYLVESTER. — *Wind pressure distribution on sharp-edged bodies*. Copenhague, 1936.
- [38] L. VANDEPERRE. — *L'action du vent sur les bâtiments*. Génie Civil, octobre 1934.

b) Mouvement rapporté à des axes mobiles :

- [39] J. M. BOUROT et C. CHARTIER. — *Sur l'étude cinématique d'un fluide, soumis à un courant axial dans des canaux en rotation*. Comptes Rendus, tome 223, p. 846, 1946.
- [40] J. M. BOUROT et C. CHARTIER. — *Sur une méthode d'étude cinématique de l'écoulement dans les turbines et pompes radiales*. Congrès pour l'avancement des Sciences, 1947.

c) Tourbillon marginal :

- [41] J. M. BOUROT. — *Sur la visualisation du tourbillon marginal d'une aile, en soufflerie aérodynamique, au moyen de particules d'aluminium*. Comptes Rendus, 1949.
- [42] J. VALENSI. — *Application de la méthode des filets de fumée à l'étude des champs aérodynamiques*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 128, 1938.

RÉFÉRENCES DIVERSES

- [43] H. BÉNARD. — *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide*. Revue Générale des Sciences, décembre 1900.
 - [44] H. BOUASSE. — *Tourbillons donnés par les jets de très petite vitesse*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 26, 1933.
 - [45] C. CAMICHEL. — *Divers ouvrages* (voir la notice sur les travaux de C. CAMICHEL, novembre 1929).
 - [46] C. CHARTIER et J. LABAT. — *Application de la chronophotogrammétrie à l'étude cinématique des écoulements gazeux*. Comptes Rendus, tome 201, 1936.
 - [47] A. LAFAY. — *Effets singuliers produits par de très légères modifications de la structure du vent*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 79, 1935.
 - [48] STODOLA. — *Turbines à vapeur*. Paris, 1890.
-

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

EXPOSÉ DE QUELQUES RECHERCHES RÉCENTES SUR L'EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES EFFECTUÉES A LA SURFACE DES CORPS DÉFORMABLES

Vu et approuvé :

Paris, le 7 mars 1949

Pour le Doyen de la Faculté des Sciences,

L'Assesseur,

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH



IMPRIMERIE



IMPRIMERIE